

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1991)
Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: COMMENT RENDRE GÉODÉSIQUE UNE TRIANGULATION D'UNE SURFACE?
Autor: de Verdière, Yves Colin
Kapitel: 3. Preuve du théorème 3
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-58738>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

3. PREUVE DU THÉORÈME 3

Le théorème 3 se prouve par des modifications simples de la preuve du théorème 2. Nous préférons indiquer une preuve rapide qui donne le résultat pour un c générique.

Cette preuve suppose une hypothèse d'analyticité, aussi nous limiterons-nous au cas où la métrique riemannienne de X est euclidienne: X est un polygone strictement convexe du plan euclidien.

Cette preuve s'appuie sur le théorème de Whitney-Menger ([BE] p. 199, [W]).

Un graphe est dit 3-connexe si on ne le déconnecte pas en ôtant 2 sommets arbitraires. Le 1-squelette d'une triangulation d'une surface est 3-connexe.

THÉORÈME. *Dans un graphe 3-connexe, 2 sommets disjoints peuvent être joints par 3 chemins sans points communs.*

Prouvons maintenant le théorème 3 pour un c générique; il est clair qu'il suffit de prouver que les triangles $\Phi(T)$ image des triangles de X_0 sont non dégénérés, car l'argument de courbure donne ensuite le résultat final comme dans le §2.

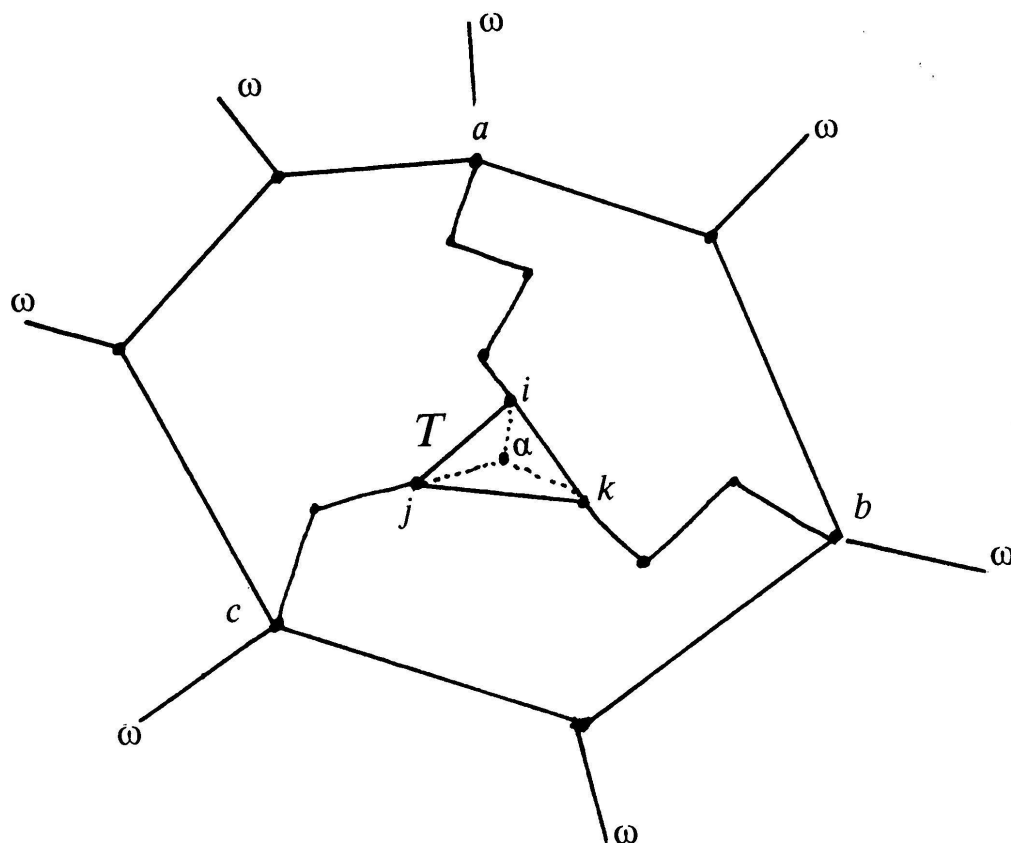


FIGURE 4

Montrons que pour tout T , l'ensemble Ω_T des c pour lesquels $\Phi(T)$ est non dégénéré est un ouvert dense:

c'est un ouvert (dépendance continue de φ par rapport à c). Le complémentaire de cet ouvert est donné par des relations algébriques, car le système d'équations donnant les coordonnées des images par φ des sommets est un système linéaire dont les coefficients sont les $c_{i,j}$.

Il suffit de montrer que cet ouvert est non vide. Par le théorème de Whitney-Menger, il y a dans Γ_0 3 chemins sans points communs joignant les 3 sommets i, j, k de T à 3 points a, b, c du bord de X_0 (fig. 4). Il suffit d'appliquer le théorème au graphe obtenu en ajoutant à Γ_0 2 sommets, un α dans T avec 3 arêtes le joignant aux 3 sommets de T et un ω joint par des arêtes à chaque sommet du bord de X_0 . On applique le théorème aux sommets α et ω .

On considère maintenant les coefficients c tels que les coefficients des arêtes des 3 chemins tendent vers $+\infty$, les autres restant fixés. A la limite les images des sommets i, j, k de T vont coïncider avec les images de a, b, c qui sont 3 sommets distincts du bord de X ; le triangle $\Phi(T)$ sera donc non dégénéré.

Maintenant l'ouvert $\Omega = \bigcap_T \Omega_T$ est une intersection finie d'ouverts denses, donc lui-même un ouvert dense. \square

BIBLIOGRAPHIE

- [BE] BERGE, C. *Graphes et hypergraphes*. Dunod, 1973.
- [CH] CHOQUET, G. Sur un type de transformation analytique... défini au moyen de fonctions harmoniques. *Bull. Sci. Math. (2)* 69 (1945), 156-165.
- [CV1] COLIN DE VERDIÈRE, Y. Empilements de cercles: convergence d'une méthode de points fixe. *Forum math. 1* (1989), 395-402.
- [CV2] — Un principe variationnel pour les empilements de cercles. *Invent. Math.* 104, (1991), 655-669.
- [FY] FARY, I. On straight line representation of planar graphs. *Acta Sci. Math. Szeged 11* (1948), 229-233.
- [J-S] JOST, J. and R. SCHOEN. On the existence of harmonic diffeomorphisms between surfaces. *Invent. Math.* 66 (1982), 353-359.
- [KG] KLINGENBERG, W. *Lectures on closed geodesics*. Grundlehren der Math. Wissens. (Springer), 1978.
- [KN] KNESER, H. Lösung der Aufgabe 41. *Jahr. Deutsch. Math. Ver.* 35 (1926), 123-124.