

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 37 (1991)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** EXEMPLES DE VARIÉTÉS PRESQUE COMPLEXES  
**Autor:** Audin, Michèle  
**Kapitel:** 1.1. Le problème  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-58736>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## EXEMPLES DE VARIÉTÉS PRESQUE COMPLEXES

par Michèle AUDIN<sup>1)</sup>

### 1. INTRODUCTION

#### 1.1. LE PROBLÈME

A l'origine de ce travail, j'ai essayé de comprendre pourquoi il était si difficile de construire des exemples de variétés symplectiques compactes. En général, on essaie de construire de nouveaux exemples en modifiant ceux qu'on connaît déjà. L'idée la plus simple est de faire des chirurgies, en particulier des sommes connexes... et l'essentiel de ces notes tourne autour du fait que ce n'est pas possible (sauf dans le cas des surfaces)<sup>2)</sup>.

Si une variété paracompacte  $W$  possède une 2-forme  $\omega$  non-dégénérée, alors elle possède des structures presque complexes (et inversement): le groupe structural admet alors une réduction au groupe  $\mathrm{Sp}(2n)$  des isométries d'une forme bilinéaire alternée non-dégénérée sur  $\mathbf{R}^{2n}$ , groupe dont  $U(n)$  est la composante compacte.

Pour que  $W$  soit une variété symplectique, il faut en plus que la forme  $\omega$  soit *fermée*. On sait, et on en aura confirmation dans cet article, que cette condition impose des restrictions très sévères. Il n'est reste pas moins que l'existence d'une structure presque complexe sur  $W$  est une condition nécessaire à l'existence d'une forme symplectique. Nous allons donc montrer quelques résultats sur les variétés presque complexes, qui pour être assez simples, sont apparemment mal (ou pas?) connus.

En appendice, le lecteur trouvera une démonstration du fait qu'il n'y a pas de somme connexe dans la catégorie symplectique, même dans les cas où il n'y a pas de difficulté de nature presque complexe. Le résultat est dû à Gromov [3], mais son article ne contient pas de démonstration détaillée.

<sup>1)</sup> Cet article est une extension des notes [1] d'un exposé fait au Séminaire de Géométrie de l'Université de Montpellier en mars 1990. Outre Jacques Lafontaine et les participants de ce séminaire, je remercie Dusa McDuff pour [6] et pour ses remarques récentes.

<sup>2)</sup> Dans le cas des variétés de contact, toutes les chirurgies sont possibles (*voir* [10] et [11]).