

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 37 (1991)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SOUS-GROUPES LIBRES DANS LES GROUPES  
D'AUTOMORPHISMES D'ARBRES  
**Autor:** Pays, Isabelle / Valette, Alain  
**Kapitel:** 4. Preuve de l'implication (iv) => (i) du Théorème  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-58735>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

MOY F: Un groupe libre non abélien (avec la topologie discrète) n'est pas moyennable (voir [Ey], II.4; [Gl], exemple 1.2.3; [vN], §5 de l'Introduction).

L'implication (iii)  $\Rightarrow$  (iv) du théorème est alors une conséquence immédiate de MOY E et MOY F.

#### 4. PREUVE DE L'IMPLICATION (iv) $\Rightarrow$ (i) DU THÉORÈME

Nous allons montrer que, si  $X$  est un arbre localement fini, les stabilisateurs dans  $\text{Aut } X$  d'un sommet, d'une arête, d'un bout, ou d'une paire de bouts de  $X$ , sont des sous-groupes fermés moyennables.

— *Stabilisateur d'un sommet*: Si  $x$  est un sommet,  $(\text{Aut } X)_x$  est un sous-groupe compact, donc moyennable par MOY D.

— *Stabilisateur d'une arête*: Si  $[x, y]$  est une arête, nous notons  $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$  son stabilisateur dans  $\text{Aut } X$ . Le sous-groupe compact ouvert  $(\text{Aut } X)_x \cap (\text{Aut } X)_y$  est d'indice 2 ou 1 dans  $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$  (selon qu'il existe une inversion conservant  $[x, y]$  ou pas). Par conséquent  $(\text{Aut } X)_{[x, y]}$  est lui-même compact, donc moyennable.

— *Stabilisateur d'un bout*: Soit  $\omega$  un bout de  $X$ ; considérons l'homomorphisme  $l_\omega: (\text{Aut } X)_\omega \rightarrow \mathbf{Z}$  fourni par le lemme 4 (iii); comme  $\mathbf{Z}$  est moyennable ainsi que ses sous-groupes (par MOY A), il suffit par MOY B de vérifier que le noyau  $\text{Ker } l_\omega$  est moyennable. Pour cela, observons que la famille de sous-groupes compacts  $((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x)_{x \in X}$  forme un système dirigé: si  $x, y$  sont des sommets quelconques de  $X$ , et  $z$  un sommet sur  $[x, \omega[ \cap [y, \omega[$ , on a:

$$((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x) \cup ((\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_y) \subseteq (\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_z$$

puisque  $(\text{Aut } X)_\omega \cap (\text{Aut } X)_x$  fixe ponctuellement la demi-droite  $[x, \omega[$ . La limite inductive de ce système est l'ensemble des rotations dans  $(\text{Aut } X)_\omega$ , qui coïncide avec  $\text{Ker } l_\omega$  par le lemme 4 (ii). Le groupe  $\text{Ker } l_\omega$  est limite inductive de groupes compacts, il est donc moyennable par MOY C.

— *Stabilisateur d'une paire de bouts*: Soit  $\{\alpha, \omega\}$  une paire de bouts de  $X$ ; considérons l'homomorphisme  $r_{\alpha\omega}: (\text{Aut } X)_{\{\alpha, \omega\}} \rightarrow D_\infty$  introduit vers la fin du §1. Comme  $D_\infty$  est un groupe résoluble, tous ses sous-groupes sont moyennables, et il suffit par MOY B de vérifier que le noyau  $\text{Ker } r_{\alpha\omega}$  est moyennable; mais ce noyau est  $\bigcap_{x \in ]\alpha, \omega[} ((\text{Aut } X)_{\{\alpha, \omega\}} \cap (\text{Aut } X)_x)$ , qui est compact.