

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1991)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

PRIMES OF DEGREE ONE AND ALGEBRAIC CASES  
OF ČEBOTAREV'S THEOREM

by H. W. LENSTRA, JR. and P. STEVENHAGEN

ABSTRACT. Let  $A \subset B$  be an extension of Dedekind domains for which the corresponding extension of fields of fractions is finite and separable. It is shown that the class group of  $B$  is then generated by classes of primes of degree one with respect to  $A$ . When the main argument of the proof is applied to the situation of the ray class groups occurring in class field theory, it leads to purely algebraic proofs of special cases of Čebotarev's density theorem.

1. INTRODUCTION

Let  $A$  be a Dedekind domain with field of fractions  $K$ , and suppose  $L$  is a finite field extension of  $K$ . Then the integral closure of  $A$  in  $L$  is a Dedekind domain  $B$ , and for each non-zero prime ideal  $\mathfrak{q}$  of  $B$  we define its *degree* over  $A$  as the degree of the residue class field extension at  $\mathfrak{q}$ , i.e.

$$\deg_A \mathfrak{q} = [B/\mathfrak{q} : A/(A \cap \mathfrak{q})] .$$

We write  $Cl_B$  for the ideal class group of  $B$  and denote the class of  $\mathfrak{q}$  in  $Cl_B$  by  $[\mathfrak{q}]$ . Using this notation, we prove the following theorem.

**THEOREM 1.** *If  $L/K$  is a separable field extension and  $S$  is a finite set of primes of  $B$ , one has*

$$Cl_B = \langle [\mathfrak{q}] : \deg_A \mathfrak{q} = 1 \quad \text{and} \quad \mathfrak{q} \notin S \rangle .$$

In case  $B$  is not a principal ideal domain, it follows that  $B$  has infinitely many primes that are of degree one over  $A$ . We will see in section 3 that the hypothesis that  $L/K$  be separable cannot be omitted.

---

1980 Mathematics subject classification (1985): 11R44, 13F05.

*Acknowledgements:* The authors are supported by the National Science Foundation under grants No. DMS-8706176 and 9002939 and by the Netherlands Organisation for Scientific Research (NWO).