Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 37 (1991)

Heft: 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LE PROBLÈME FACILE DE WARING

Autor: Revoy, Philippe

Kurzfassung

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-58740

L'Enseignement Mathématique, t. 37 (1991), p. 223-234

LE PROBLÈME FACILE DE WARING

par Philippe REVOY

SUMMARY. THE EASIER WARING PROBLEM. In the ill-named easier Waring problem, the knowledge of the function $\upsilon(k)$ is far from precise. Except the trivial majoration $G(k) + 1$, we only have rather large majorations for small k. In this note, I first give the classical facts and the particular cases $k = 4$ and $k = 5$ and I give certain new identities which arose in a paper of L. Vaserstein who gave a better bound for $\upsilon(8)$. We finish by a short description of the Tarry-Escott problem which is, for $k \geqslant 9$, the only way to get effective majorations of $\upsilon(k)$.

Dans le problème, nommé à tort facile de Waring, la connaissance de la fonction $\upsilon(k)$ reste encore imprécise: à l'exception de la majoration évidente par $G(k) + 1$, on ne dispose que de majorations assez larges pour les premières valeurs de l'exposant k. Dans cet article, après avoir repris les généralités classiques et les cas particuliers $k = 4$ et $k = 5$, je donne certaines identités nouvelles englobant en la simplifiant une identité due à Vaserstein qui a amélioré ainsi l'encadrement de $\upsilon(8)$ et je termine par des indications sur le problème de Tarry-Escott qui est pour $k \geqslant 9$ la seule source des autres majorations connues de $\upsilon(k)$.

INTRODUCTION

Soit $\upsilon(k)$ le plus petit entier s tel que tout entier est somme de s entiers de la forme $\pm z^k$, z entier. L'existence de $\upsilon(k)$ pour tout k s'établit facilement mais la détermination exacte de $\upsilon(k)$ — le problème «facile» de Waring — est délicate. Seuls $\upsilon(1) = 1$ et $\upsilon(2) = 3$ sont connus; pour les valeurs supérieures, on ne dispose que d'encadrement souvent larges. Ainsi $4 \leqslant \upsilon(3) \leqslant 5$, $9 \leqslant \upsilon(4) \leqslant 10$, $\upsilon(5) \in [5, 10]$, $\upsilon(6) \in [6, 14]$, $\upsilon(8) \in [17, 28], \ldots$ ([2], [8]).