

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1990)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LINK SIGNATURE, GOERITZ MATRICES AND POLYNOMIAL INVARIANTS  
**Autor:** Lipson, A. S.  
**Kurzfassung:** Abstract  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57904>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.03.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## LINK SIGNATURE, GOERITZ MATRICES AND POLYNOMIAL INVARIANTS

by A. S. LIPSON

### ABSTRACT

Lickorish and Millett introduced the notion of skein equivalence of oriented links in [15]. In the first part of this paper I show that the link signature function  $\sigma_L: S^1 \rightarrow Z$  of [22], [12], etc. is a skein invariant for links with non-zero Alexander polynomial. In the second part I show that a renormalised form of Kauffman's polynomial invariant  $F_L(a, z)$ , well-defined on non-oriented links is calculable from the Goeritz matrix.

### 1. *P*-SKEINS AND SIGNATURE

In this section I present two notions of "skein equivalence" for links; "broad" skein equivalence and "narrow" skein equivalence. Narrow skein equivalence is a stronger relation (i.e. has smaller equivalence classes), but it is not clear whether it is strictly stronger. I show that the link signature function  $\sigma_L: S^1 \rightarrow Z$  is a broad skein invariant for all links with non-zero Alexander polynomial. It is not known whether this result extends to links with zero Alexander polynomial, but it seems unlikely that it should.

#### 1.1. PRELIMINARIES

I briefly recap on some standard material. See [19], [2] or [5] for further details. Let  $L$  be an oriented link. Then it is always possible to find an oriented surface  $F$  embedded in  $S^3$  in such a way that  $\partial F = L$ , with the appropriate orientation. Such a surface is called a *Seifert surface* for the link  $L$ . Now let  $c_1, \dots, c_n$  be closed curves lying in  $S$  whose homology classes generate  $H_1(S)$ , and let  $c_1^+, \dots, c_n^+$  be the results of pushing these curves slightly away from  $S$  in the positive direction in a collar neighbourhood of the surface. The matrix  $V = (v_{ij})$ , where  $v_{ij} = lk(a_i, a_j^+)$ , is