

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1989)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONTRIBUTION À L'ÉTUDE D'UNE CONJECTURE DE THÉORIE
DES NOMBRES PAR LE CODAGE ZBV
Autor: Grigorieff, Serge / Richard, Denis
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-57370>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

CONTRIBUTION
À L'ÉTUDE D'UNE CONJECTURE DE THÉORIE DES NOMBRES
PAR LE CODAGE ZBV

par Serge GRIGORIEFF et Denis RICHARD

ABSTRACT. In [RJ] J. Robinson asked whether first order arithmetic over the set \mathbf{N} of non negative integers is definable in terms of the successor function S and the coprimeness predicate \perp (where $a \perp b$ iff a and b have no common prime divisor). It turns out that this question is equivalent to the following conjecture of number theory: Is there an integer k such that for every pair (x, y) of integers, the equality $x = y$ holds if and only if $x + i$ and $y + i$ have the same prime divisors for $0 \leq i \leq k$? This conjecture, due to A. Woods, is itself closely linked to some open questions proposed by P. Erdős (see [EP]). From the results in [RJ], [WA] and [RD], first order arithmetic is expressible in terms of the successor function S , the coprimeness predicate \perp and anyone of the predicates of the following list:

$$x < y; x + y = z; x \mid y \text{ (} x \text{ divides } y \text{)}; x \times y = z;$$
$$y = m^x \text{ (for any fixed } m \geq 2 \text{)}.$$

This paper intends

- 1°) to present some number theoretical results which are pertinent tools to develop methods essentially relevant to mathematical logic;
- 2°) to give a survey of the history of arithmetical definability;
- 3°) to present some results about J. Robinson's question which unify all previously known ones;
- 4°) to add to the previous list new predicates such as $\text{RES}(x, p)$ (which means that p is prime and x is a quadratic residue modulo p), $\text{POW}(y, x)$ (which means that y is a power of x) and weak restrictions of addition, multiplication and division.