

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 35 (1989)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** THE FIXED POINT SET OF A FINITE GROUP ACTION ON A  
HOMOLOGY FOUR SPHERE  
**Autor:** Demichelis, Stefano  
**Anhang:** Appendix  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-57368>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

two normal representations are equal. In the topological case, by the results of Cappel and Shaneson topological equivalence of matrices in dimension 4 implies linear equivalence, so the statement of Theorem 5.1 makes sense also for a group of homeomorphism.

The proof given can be adapted to this more general case provided that the followings are true:

1. the topological Atiyah-Singer signature formula holds,
2. a locally flat  $S^2$  in  $\Sigma$  has a normal bundle,
3. the argument in case 3 works with  $\text{Homeo}(S^1)$  instead of  $SO(2)$ .

Assertion 1 is proved, in the case of the semi-free action, in [21], page 188; assertion 2 follows from the work of Freedman, see [10]; assertion 3 is proved using the retraction  $\text{Homeo}(S^1)$  into  $SO(2)$  given by the Poincaré number, see [7].

APPENDIX

LEMMA. *The extensions:*

$$\begin{array}{ccccccccc}
 0 & \rightarrow & C_2 & \rightarrow & \tilde{A}_5 & \rightarrow & A_5 & \rightarrow & 0 \\
 & & & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 0 & \rightarrow & C_2 & \rightarrow & A_5 \times A_5 & \rightarrow & A_5 \times A_5 & \rightarrow & 0 \\
 & & & & \downarrow & & \downarrow^{(h, h')} & & \\
 0 & \rightarrow & C_2 & \rightarrow & SO(4) & \rightarrow & SO(3) \times SO(3) & \rightarrow & 0
 \end{array}$$

are not split,  $h$  and  $h'$  can be any nontrivial representations of  $A_5$  and  $f$  is either  $(Id \times \{I\})$  or  $(\{I\} \times Id)$ .

*Proof.* Standard theory of group extensions and cohomology (see [4]) allows us to reduce to the:

PROPOSITION. *Any non trivial homomorphism  $A_5 \xrightarrow{i} SO(3)$  induces an isomorphism  $Z/2 = H^2(BSO(3); Z/2) \xrightarrow{i} H^2(BA_5; Z/2) = Z/2$ .*

*Proof of the Proposition.* If the corresponding extension is split, then  $Z/2 \times A_5 \subset S^3$ , but  $A_5 = 60$  so there exists a  $Z/2 \subset A_5$  so  $Z/2 \times Z/2$  would act freely on  $S^3$ , which cannot happen.