

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1989)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ON CHERN CLASSES OF FINITE GROUP REPRESENTATIONS
Autor: Kroll, Ove
Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-57380>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 20.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$H^i(G, \mathbf{Z}) \cong \text{Ext}_{\mathbf{Z}}^1(H_{i-1}(G, \mathbf{Z}), \mathbf{Z})$$

and as observed above, for $i \geq 2$, $H_{i-1}(G, \mathbf{Z})$ is torsion. Thus

$$\begin{aligned} \text{Ext}_{\mathbf{Z}}^1(H_{i-1}(G, \mathbf{Z}), \mathbf{Z}) &\cong \text{Hom}_{\mathbf{Z}}(H_{i-1}(G, \mathbf{Z}), \mathbf{Q}/\mathbf{Z}) \\ &\cong \text{Hom}_{\mathbf{Z}}(\lim_{\rightarrow} H_{i-1}(G_k, \mathbf{Z}), \mathbf{Q}/\mathbf{Z}) \cong \lim_{\leftarrow} \text{Hom}_{\mathbf{Z}}(H_{i-1}(G_k, \mathbf{Z}), \mathbf{Q}/\mathbf{Z}) \\ &\simeq \lim_{\leftarrow} \text{Ext}_{\mathbf{Z}}^1(H_{i-1}(G_k, \mathbf{Z}), \mathbf{Z}) \cong \lim_{\leftarrow} H^i(G_k, \mathbf{Z}). \end{aligned}$$

Combining these two results, there exists for a representation

$$\phi: G \rightarrow Gl_n(\mathbf{C})$$

of a locally finite group $G = \lim_{\rightarrow} G_k$ a unique cohomology class $c \cdot (\phi) \in H^{**}(G, \mathbf{Z})$ such that for all k

$$\text{res}_{G_k}^G(c \cdot (\phi)) = c \cdot (\phi_k)$$

Using this uniqueness result, it is easy to see that these classes satisfy the properties CH1, CH2 and CH3 and that they are uniquely determined by these properties.

REFERENCES

- [1] ATIYAH, M. F. Characters and cohomology of finite groups. *Inst. Hautes Etudes Sci. Publ. Math.* 9 (1961), 2-64.
- [2] EVENS, L. On the Chern classes of representations of finite groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 115 (1965), 180-193.
- [3] EVENS, L. and D. KHAN. An integral Riemann-Roch formula for induced representations of finite groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 245 (1978), 309-330.
- [4] GREEN, J. A. The characters of the finite general linear groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 80 (1955), 402-447.
- [5] GROTHENDIECK, A. Classes de Chern des représentations linéaires des groupes discrets. In *Dix Exposés sur la Cohomologie étale des schémas*, North Holland, 1968.
- [6] KROLL, O. The cohomology of the finite general linear group. To appear in *J. Pure and Appl. Algebra*.
- [7] —— An algebraic characterisation of Chern classes of finite group representations. *Bull. London Math. Soc.* 19 (1987), 245-248.

- [8] QUILLEN, D. Characteristic classes of representations. In *Algebraic K-Theory*, Evanston, 1976. Springer Verlag, 1976.
- [9] SERRE, J.-P. *Linear representations of finite groups*. Springer Verlag, 1977.
- [10] THOMAS, C. B. Chern classes of representations. *Bull. London Math. Soc.* 18 (1986), 225-240.

(Reçu le 15 février 1988)

Ove Kroll

Matematisk Institut
Aarhus Universitet
Ny Munkegade — Bygning 530
DK-8000 Aarhus (Denmark)