

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1989)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SIMPLE NASH-MOSER IMPLICIT FUNCTION THEOREM
Autor: Raymond, Xavier Saint
Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-57374>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 19.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

since $|\chi| \leq 1$ and $|\xi/\theta| \leq \sqrt{3}$ for $(\xi/\theta) \in \text{supp } \chi$; this gives the first estimate (4) with $C_{s,t} = 2^{s-t}$.

Similarly, for $s \leq t$,

$$(1+|\xi|^2)^s |\hat{v}(\xi)|^2 - \widehat{S_\theta v}(\xi) |^2 = |1 - \chi(\xi/\theta)|^2 (1+|\xi|^2)^s |\hat{v}(\xi)|^2;$$

a Taylor formula gives $|1 - \chi(\xi/\theta)| \leq C_k |\xi/\theta|^k$ with $C_k = \sup |\chi^{(k)}|/k!$ for any $k \in \mathbb{N}$ since $\chi(0) = 1$ and $\chi^{(j)}(0) = 0$ for $j > 0$, so that for $t = s + k$

$$\begin{aligned} (1+|\xi|^2)^s |\hat{v}(\xi)|^2 - \widehat{S_\theta v}(\xi) |^2 &\leq C_{t-s}^2 |\xi/\theta|^{2(t-s)} (1+|\xi|^2)^s |\hat{v}(\xi)|^2 \\ &\leq C_{t-s}^2 \theta^{2(s-t)} (1+|\xi|^2)^t |\hat{v}(\xi)|^2 \end{aligned}$$

whence the second estimate (4) with $C_{s,t} = C_{t-s} = \sup |\chi^{(t-s)}|/(t-s)!$

REFERENCES

- [1] HAMILTON, R. The inverse function theorem of Nash-Moser. *Bulletin of the A.M.S.* 7 (1982), 65-222.
- [2] HÖRMANDER, L. The boundary problems of physical geodesy. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 62 (1976), 1-52.
- [3] —— *Implicit function theorems*. Lectures at Stanford University, Summer Quarter 1977.
- [4] —— On the Nash-Moser implicit function theorem. *Annales Acad. Sci. Fenniae, Series A.I. Math.* 10 (1985), 255-259.
- [5] MOSER, J. A new technique for the construction of solutions of nonlinear differential equations. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 47 (1961), 1824-1831.
- [6] —— A rapidly convergent iteration method and nonlinear partial differential equations I and II. *Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa* 20 (1966), 265-315 and 499-533.
- [7] NASH, J. The imbedding problem for Riemannian manifolds. *Ann. of Math.* 63 (1956), 20-63.
- [8] SCHWARTZ, J. T. *Nonlinear functional analysis, Chap. II.A.* Gordon & Breach, New York 1969.
- [9] SERGERAERT, F. Une généralisation du théorème des fonctions implicites de Nash. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 270A (1970), 861-863.
- [10] —— Un théorème des fonctions implicites sur certains espaces de Fréchet et quelques applications. *Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. Paris 4^e série*, 5 (1972), 599-660.
- [11] ZEHNDER, E. Generalized implicit function theorems with applications to some small divisor problems I and II. *Comm. in Pure and Appl. Math.* 28 (1975), 91-140; 29 (1976), 49-111.

(Reçu le 14 juin 1989)

Xavier Saint Raymond

Purdue University and C.N.R.S.