Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 35 (1989)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SIMPLE NASH-MOSER IMPLICIT FUNCTION THEOREM
Autor: Raymond, Xavier Saint
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-57374

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 21.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

since $|\chi| \leqslant 1$ and $|\xi/\theta| \leqslant \sqrt{3}$ for $(\xi/\theta) \in \operatorname{supp} \chi$; this gives the first estimate (4) with $C_{s,t} = 2^{s-t}$.

Similarly, for $s \leqslant t$,

$$(1+|\xi|^2)^s \, |\hat{v}(\xi) - \widehat{S_\theta v}(\xi)|^2 = |1 - \chi(\xi/\theta)|^2 (1+|\xi|^2)^s \, |\hat{v}(\xi)|^2 ;$$

a Taylor formula gives $|1 - \chi(\xi/\theta)| \leqslant C_k |\xi/\theta|^k$ with $C_k = \sup |\chi^{(k)}|/k!$ for any $k \in \mathbf{N}$ since $\chi(0) = 1$ and $\chi^{(j)}(0) = 0$ for $j > 0$, so that for $t = s + k$

$$\begin{aligned}(1+|\xi|^2)^s \, |\hat{v}(\xi) - \widehat{S_\theta v}(\xi)|^2 &\leqslant C_{t-s}^2 \, |\xi/\theta|^{2(t-s)} (1+|\xi|^2)^s \, |\hat{v}(\xi)|^2 \\ &\leqslant C_{t-s}^2 \theta^{2(s-t)} (1+|\xi|^2)^t \, |\hat{v}(\xi)|^2\end{aligned}$$

whence the second estimate (4) with $C_{s,t} = C_{t-s} = \sup |\chi^{(t-s)}|/(t-s)!$

REFERENCES

[1] HAMILTON, R. The inverse function theorem of Nash-Moser. *Bulletin of the A.M.S. 7* (1982), 65-222.

[2] HÖRMANDER, L. The boundary problems of physical geodesy. *Arch. Rat. Mech. Anal. 62* (1976), 1-52.

[3] —— *Implicit function theorems.* Lectures at Stanford University, Summer Quarter 1977.

[4] —— On the Nash-Moser implicit function theorem. *Annales Acad. Sci. Fenniae, Series A.I. Math. 10* (1985), 255-259.

[5] MOSER, J. A new technique for the construction of solutions of nonlinear differential equations. *Proc. Nat. Acad. Sci. 47* (1961), 1824-1831.

[6] —— A rapidly convergent iteration method and nonlinear partial differential equations I and II. *Ann. Scuola Norm. Sup. di Pisa 20* (1966), 265-315 and 499-533.

[7] NASH, J. The imbedding problem for Riemannian manifolds. *Ann. of Math. 63* (1956), 20-63.

[8] SCHWARTZ, J. T. *Nonlinear functional analysis, Chap. II.A.* Gordon & Breach, New York 1969.

[9] SERGERAERT, F. Une généralisation du théorème des fonctions implicites de Nash. *C. R. Acad. Sci. Paris, 270A* (1970), 861-863.

[10] —— Un théorème des fonctions implicites sur certains espaces de Fréchet et quelques applications. *Ann. Sci. Ec. Norm. Sup. Paris 4e série, 5* (1972), 599-660.

[11] ZEHNDER, E. Generalized implicit function theorems with applications to some small divisor problems I and II. *Comm. in Pure and Appl. Math. 28* (1975), 91-140; *29* (1976), 49-111.

(Reçu le 14 juin 1989)

Xavier Saint Raymond

Purdue University and C.N.R.S.