

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 34 (1988)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** EXTENSIONS DE MODULES ET COHOMOLOGIE DES GROUPES  
**Autor:** Grivel, Pierre-Paul  
**Kapitel:** Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-56590>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## EXTENSIONS DE MODULES ET COHOMOLOGIE DES GROUPES

par Pierre-Paul GRIVEL

### INTRODUCTION

Soit  $M$  et  $N$  deux modules à gauche sur un anneau  $R$ . Il est bien connu que le groupe  $\text{Ext}_R^n(N; M)$  classe, à équivalence près, les  $n$ -extensions de  $M$  par  $N$ .

D'autre part soit  $G$  un groupe et  $A$  un groupe abélien sur lequel  $G$  agit à gauche. On définit le  $n$ -ième groupe de cohomologie de  $G$  à coefficients dans  $A$  comme étant le groupe  $H^n(G; A) = \text{Ext}_{\mathbb{Z}G}^n(\mathbb{Z}; A)$  où  $\mathbb{Z}$  est considéré avec sa structure de  $\mathbb{Z}G$ -module trivial; autrement dit on définit les groupes  $H^*(G; A)$  comme étant les dérivés du foncteur  $\text{Hom}_{\mathbb{Z}G}(\mathbb{Z}; A) = A^G$ .

Pour calculer ces groupes on utilise en général un complexe standard, à l'aide duquel on obtient une interprétation des premiers groupes de cohomologie.

Il paraissait intéressant d'obtenir directement l'interprétation de  $H^1(G; A)$  et  $H^2(G; A)$  à partir de l'interprétation de  $\text{Ext}_{\mathbb{Z}G}^1(\mathbb{Z}; A)$  et  $\text{Ext}_{\mathbb{Z}G}^2(\mathbb{Z}; A)$ , sans avoir recours au complexe standard.

### 1. RAPPELS SUR LES EXTENSIONS

1.1. Soit  $R$  un anneau. Soit  $M$  et  $N$  deux  $R$ -modules à gauche. Une  $n$ -extension de  $M$  par  $N$  est une suite exacte de  $R$ -modules

$$\xi: 0 \rightarrow M \xrightarrow{\alpha} E_1 \xrightarrow{\alpha_1} E_2 \xrightarrow{\alpha_2} \cdots \xrightarrow{\alpha_{n-1}} E_n \xrightarrow{\alpha_n} N \rightarrow 0.$$

Deux  $n$ -extensions  $\xi$  et  $\xi'$  de  $M$  par  $N$  sont élémentairement équivalentes s'il existe  $n$  morphismes de  $R$ -modules  $\gamma_i: E_i \rightarrow E'_i$  tels que  $\gamma_1 \alpha = \alpha'$ ,  $\alpha'_i \gamma_i = \gamma_{i+1} \alpha_i$  pour  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , et  $\alpha'_n \gamma_n = \alpha_n$ , ou  $n$  morphismes de  $R$ -modules  $\gamma'_i: E'_i \rightarrow E_i$  tels que  $\gamma'_1 \alpha' = \alpha$ ,  $\alpha_i \gamma'_i = \gamma'_{i+1} \alpha'_i$  pour  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , et  $\alpha_n \gamma'_n = \alpha'_n$ .