Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 34 (1988)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ONT 350 ANS
Autor: Wanner, G.
Kapitel: tractrice
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56604

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

donc

$$p = \sinh\left(\frac{x - x_0}{c}\right) \Rightarrow y = K + c\cosh\left(\frac{x - x_0}{c}\right). \tag{9}$$

Le deuxième problème de Debeaune

> Cette piéce a été faite en commun par Mr. le Marquis de l'Hospital & par Mr. Bernoulli. C'est pourquoi l'un & l'autre a cru être en droit de se l'attribuer...
>
> (Cramer 1742)

Johann passe l'année 1692 à Paris où il fait la connaissance de Guillaume François Marquis de l'Hospital (1661-1704). Ce dernier lui verse de fortes sommes d'argent en échange de leçons de mathématiques. Pour impressionner son élève, Johann commence aussitôt à résoudre le deuxième problème de Debeaune. Il trouve ([6])

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{y - x}, \tag{10}$$

pose $z = y - x$ et obtient

$$\frac{zdz}{a - z} = dx. \tag{11}$$

La solution est donc déterminée par la surface de l'hyperbole $\frac{z}{a - z}$. Donc, si on veut que $z(0) = 0$, on trouve

$$x = -z + a\log\frac{a}{a - z}. \tag{12}$$

La tractrice

> Claudius Perraltus Medicus Parisinus insignis, tum & Mechanicis atque Architectonicis studiis egregius, & Vitruvii editione notus, idemque in Regia scientiarum Societate Gallica, dum viveret, non postremus, mihi & aliis ante me multis proposuit hoc problema, cujus nondum sibi occurrisse solutionem ingenue fatebatur...
>
> (Leibniz, 1693)

Lors du séjour de Leibniz à Paris (1672-1676), le célèbre anatomiste et architecte Claude Perrault lui pose le problème suivant: pour quelle courbe en

chaque point P la tangente est de longueur constante a entre P et l'axe x (fig. 10)? Pour illustrer cette question, il tire de son gousset une «horologio portabili suae thecae argenteae» et la fait glisser sur la table. Aucun autre mathématicien de sa connaissance n'avait été capable d'en trouver la formule.

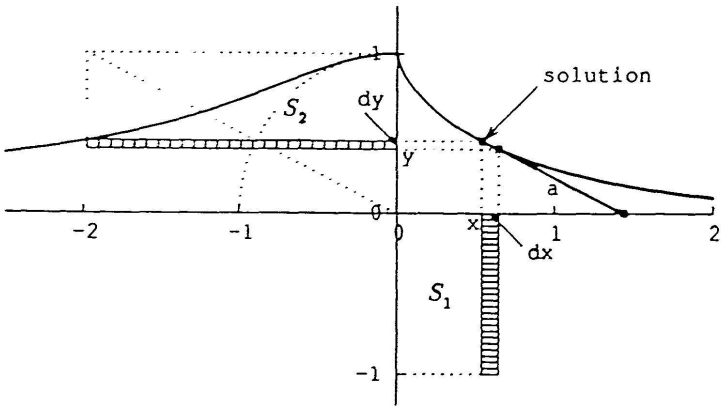

FIGURE 10.
La tractrice.

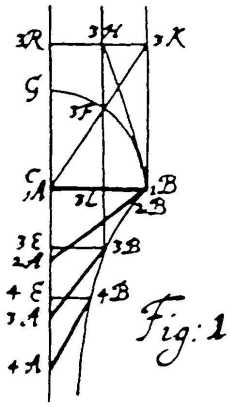

FIGURE 11.
La tractrice (dessin de Leibniz).

Leibniz publie sa solution en 1693 dans les A.E. [19], en affirmant qu'il la connaît depuis longtemps: Puisque

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{\sqrt{a^2 - y^2}}, \quad \text{i.e.} \quad -\frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{y}\,dy = dx \tag{13}$$

on trouve («ergo & horum...») la solution par quadratures de la courbe $\sqrt{a^2 - y^2}/y$ (fig. 10). En formules (voir Exercice 4)

$$x = \int_y^a \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{y}\,dy = -\sqrt{a^2 - y^2} - a \log \frac{a - \sqrt{a^2 - y^2}}{y}. \tag{14}$$

L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE «DE BERNOULLI»

En généralisant le problème de Debeaune, Jacob tombe sur l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = p(x) \cdot y + q(x) y^n \tag{15}$$

et «sue sang et eau» pour la résoudre. Il défie son frère et lance officiellement ce problème dans les A.E. de 1695 ([2]). «Par malheur», Johann a aussitôt