Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 34 (1988)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ONT 350 ANS
Autor: Wanner, G.
Kapitel: Newton
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56604

A) (Deuxième journée, p. 186, quatrième journée, p. 310): Une chaînette suspendue par deux clous sur un mur «se place presque *ad unguem* au-dessus d'une parabole».

B) (Troisième journée, Théorème XXII et Scolie): Pour un corps glissant sous l'effet de la pesanteur, «le mouvement le plus rapide entre deux points n'a pas lieu le long de la ligne la plus courte, c'est-à-dire le long d'une droite, mais le long d'un arc de cercle».

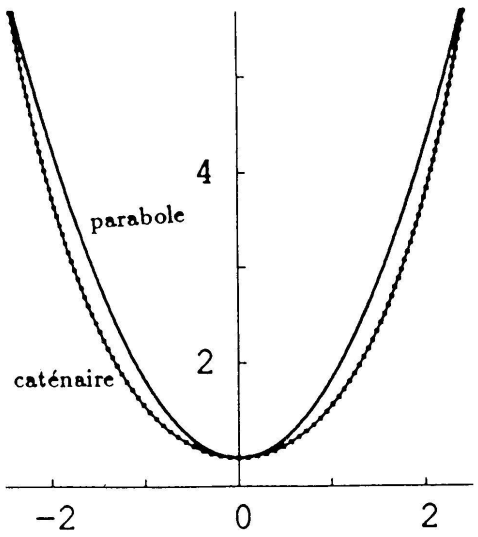

FIGURE 3.
Caténaire et parabole.

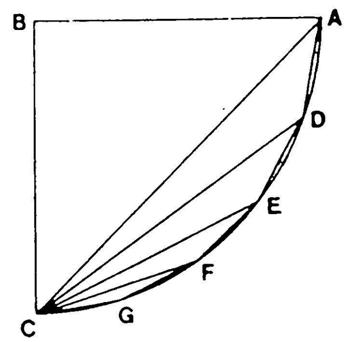

FIGURE 4.
Brachystochrone (dessin de Galilée).

Le premier résultat est imprécis. Agé de 17 ans, Christian Huygens fait en 1646 une démonstration théorique prouvant l'impossibilité de ce résultat (imaginez qu'un adolescent protestant découvre ce que les Tribunaux de l'Inquisition du Vatican ont cherché en vain: une erreur chez Galilée!).

La deuxième observation conduit en 1696 au célèbre problème de la Brachystochrone.

NEWTON

> «...& ils se jettent sur les séries, où M. Newton m'a précédé sans difficulté...»
>
> (Leibniz)

Dans son ouvrage «Methodus fluxionum», écrit vers 1671, mais publié seulement en 1736 ([20]), les équations différentielles sont pour Newton des objets mathématiques, au même titre que les équations polynomiales, contenant des «fluxions». On n'y voit aucune relation avec les problèmes de la mécanique qui d'ailleurs auraient été des équations d'ordre 2. Newton résout les équations différentielles par des séries infinies et démontre sa méthode dans des exemples choisis au hasard comme

$$\left(\frac{dy}{dx} =\right) \quad \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 1 - 3x + y + x^2 + xy \tag{1}$$

(voir fig. 5). Cette équation se trouve donc être la première équation différentielle jamais résolue, avec solution (pour la condition initiale $y(0) = 0$)

$$y = x - x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5 - \frac{1}{45}x^6\,;\ \&c\,. \tag{2}$$

Elle n'a de relation avec aucune question géométrique ni mécanique. Il aurait été très facile d'appliquer cette méthode au premier problème de Debeaune

$$y' = y/a \tag{3}$$

et de trouver ainsi la série de Taylor pour la fonction exponentielle.

EXEMPL. I.

Sit Æquatio $\frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 1 - 3x + y + xx + xy$, cujus Terminos $1 - 3x + xx$ non affectos *Relatâ* Quantitate dispositos vides in lateralem Seriem primo loco, & reliquos y & xy in sinistrâ Columnâ.

	$+1 - 3x + xx$
$+y$	$* + x - xx + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5$; &c.
$+xy$	$* \quad x + xx - x^3 + \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^5 + \frac{1}{30}x^6$; &c.
Aggreg.	$+1 - 2x + xx - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{6}x^4 - \frac{4}{30}x^5$; &c.
$y =$	$+x - xx + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{30}x^5 - \frac{1}{45}x^6$; &c.

Nunc

FIGURE 5.
La solution de Newton pour l'équation (1).

(N.B.: «$*$» signifie un zéro; le «x» dans la ligne pour «$+xy$» est faux.)