Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 34 (1988)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: THE THEORY OF GRÖBNER BASES
Autor: Pauer, Franz / Pfeifhofer, Marlene
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-56595

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Proof. Since we consider the graded inverse lexicographic ordering, we have for all $P \in R[X] - \{0\}: \mathrm{in}(P) = \mathrm{in}(\tilde{P})$. Hence $<\mathrm{in}(\tilde{J})> = <\mathrm{in}(J)> = <\mathrm{in}(G)> = <\mathrm{in}(\tilde{G})>$.

5.2. *Example.* Let R be a field. Consider the "twisted cubic"

$$Z := \{(t, t^2, t^3) \mid t \in R\} \subseteq R^3 .$$

Then

$$J := <X_1^3 - X_3, X_1^2 - X_2> \leqslant R[X_1, X_2, X_3]$$

is the ideal of polynomials vanishing on Z.

Recall that the set of zeroes of $\tilde{J}$ in the projective space $\mathbf{P}_3(R)$ is the closure (with respect to the Zariski topology) of Z.

The polynomials $X_1^3 - X_3X_4^2$ and $X_1^2 - X_2X_4$ do *not* generate the ideal $\tilde{J} \leqslant R[X_1, X_2, X_3, X_4]$.

By 3.6. $G := \{X_1^2 - X_2, X_1X_2 - X_3, X_2^2 - X_1X_3\}$ is a Gröbner basis of J with respect to the graded inverse lexicographic ordering. Hence $\tilde{J}$ is generated by $\{X_1^2 - X_2X_4, X_1X_2 - X_3X_4, X_2^2 - X_1X_3X_4\}$.

REFERENCES

[Ba] BAYER, D. An Introduction to the Division Algorithm. Preprint 1985.

[B] BUCHBERGER, B. Gröbner Bases: An Algorithmic Method in Polynomial Ideal Theory. In: Bose, N. (ed.), *Multidimensional Systems Theory*, pp. 184-232. Reidel Publ. Comp., Dordrecht 1985.

[E] ELIAHOU, S. Minimal Syzygies of Monomial Ideals and Gröbner Bases. Preprint 1987.

[K1] KANDRI-RODY, A. and D. KAPUR. Computing the Gröbner Basis of an Ideal in Polynomial Rings over the Integers. In: *Proceedings of Third MACSYMA Users Conference.* Schenectady, New York, 1984, pp. 436-451.

[K2] KANDRI-RODY, A. and D. KAPUR. *An Algorithm for Computing the Gröbner Basis of a Polynomial Ideal over a Euclidian Ring.* Report No. 84CRD045, General Electric Research and Development Center, Schenectady, New York, 1984.

[L] LAZARD, D. Gröbner Bases, Gaussian Elimination and Resolution of Systems of Algebraic Equations. In: H. van Hulzen (ed.), *Proceedings of the EUROCAL 83*. Lecture Notes in Computer Science 162, Springer, Berlin 1983, pp. 146-156.

[LJ] LEJEUNE-JALABERT, M. *Effectivité de calculs polynomiaux*. Cours de D.E.A., Université de Grenoble. 140 pages, Grenoble 1986.

[MM] MÖLLER, M. and F. MORA. New Constructive Methods in Classical Ideal Theory. *Journal of Algebra 100 (1986), 138-178.*

[T] TRINKS, W. Über B. Buchbergers Verfahren, Systeme algebraischer Gleichungen zu lösen. *Journal of Number Theory 10* (1978), 475-488.

See also the literature cited in these articles.

(Reçu le 20 juillet 1987)

Franz Pauer
Marlene Pfeifhofer

Institut für Mathematik
Universität Innsbruck
Technikerstrasse 25
A-6020 Innsbruck (Austria)