

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 32 (1986)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV ET IDENTITÉS DE BARNES LE CAS DE  $GL_2$  D'UN CORPS FINI  
**Autor:** Helversen-Pasotto, Anna  
**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-55078>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$\sum_{\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)} \hat{\phi}(b(\gamma)) = -2q^{-1}(q-1)^{-1}(\alpha\gamma)(-1) \sum_a e(2a)(\alpha\gamma^2)(a), \quad a \in F_q^\times,$$

$$= 2 T_\alpha(b(\gamma)),$$

d'après (6) et (7) (théorème 2 et lemme 2).

C.Q.F.D.

Pour tout caractère  $\phi$  de  $H_i^\times$ , on définit le caractère conjugué  $\bar{\phi}$  de  $H_i$  par  $\bar{\phi}(x) := \phi(\bar{x})$ , pour tout  $x \in H_i^\times$ ,  $i = 1, 2$ .

Soit  $\phi$  un caractère multiplicatif de  $H_i$ ,  $i = 1, 2$ : on remarque que  $\phi = \bar{\phi}$  si et seulement s'il existe  $\beta \in X$ , tel que  $\beta^* = \phi$ .

Pour tout  $\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$ , on a  $\hat{\phi} = \hat{\bar{\phi}}$ , puisque  $G(\gamma^*\phi) = G(\gamma^*\bar{\phi})$ , pour tout  $\gamma \in X$ .

D'autre part, soit  $\beta \in X$  et soit  $\phi_i$  le composé de  $\beta$  avec la norme de  $H_i^\times$  sur  $F^\times$ , pour  $i = 1, 2$ . On a alors  $\phi_i \in C_i(\beta^2)$  et

$$\varepsilon_1 G(\gamma^*\phi_1) = \varepsilon_2 G(\gamma^*\phi_2),$$

pour tout  $\gamma \in X$ ; ici l'on applique le théorème de Hasse et Davenport, c.f. [3], qui dit, dans ce cas:

$$G(\gamma^*\phi_2) = -g(\gamma\beta)^2.$$

Il s'ensuit que les homomorphismes  $\hat{\phi}_1$  et  $\hat{\phi}_2$  sont égaux.

Vu le lemme 3, (d) et la proposition 4, il s'ensuit maintenant le théorème suivant:

**THÉORÈME 3.** *Tout homomorphisme de  $\mathbb{C}$ -algèbres de  $A_\alpha$  dans  $\mathbb{C}$  est de la forme  $\hat{\phi}$  avec  $\phi$  dans  $C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$ . Pour  $i = 1, 2$  et  $\phi, \psi \in C_i(\alpha)$ , on a  $\hat{\phi} = \hat{\psi}$  si et seulement si  $\phi = \psi$  ou  $\phi = \bar{\psi}$ . Pour  $\phi_1 \in C_1(\alpha)$  et  $\phi_2 \in C_2(\alpha)$ , on a  $\hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_2$  si et seulement s'il existe un caractère  $\beta$  de  $F^\times$  tel que  $\phi_1$  (resp.  $\phi_2$ ) soit le composé de  $\beta$  avec la norme de  $F \times F$  (resp.  $F_{q^2}$ ) sur  $F$ .*

## RÉFÉRENCES

- [1] CHANG, B. Decomposition of Gelfand-Graev characters of  $GL_3(q)$ . *Commun. Algebra* 4 (1976), 375-401.
- [2] CURTIS, C. W. and T. V. FOSSUM. On Centralizer Rings and Characters of Representations of Finite Groups. *Math. Zeitschr.* 107 (1968), 402-406.
- [3] DAVENPORT, H. und H. HASSE. Die Nullstellen der Kongruenzzetafunktion in gewissen zyklischen Fällen. *J. Reine u. Angew. Math.* 172 (1935), 151-182.

- [4] HELVERSEN-PASOTTO, A. L'identité de Barnes pour les corps finis. *Séminaire DELANGE-PISOT-POITOU (théorie des nombres)*, 19<sup>e</sup> année, 1977/1978, N° 22, 12 p.
- [5] — L'identité de Barnes pour les corps finis. *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 286 (1978), Série A, 297-300.
- [6] — Darstellungen von  $GL(3, F_q)$  und Gaussche Summen. *Math. Ann.* 260 (1982), 1-21.
- [7] LI, W. and J. SOTO ANDRADE. Barnes Identities and Representations of  $GL(2)$ , Part. I: Finite Field Case. *J. reine angew. Math.* 344 (1983), 171-179.
- [8] LI, W. Barnes Identities and Representations of  $GL(2)$ , Part II: Nonarchimedian Local Field Case. *J. reine angew. Math.* 345 (1983), 69-92.
- [9] STEINBERG, R. *Lectures on Chevalley Groups*. Yale Lecture Notes (1967).
- [10] — The Representations of  $GL(3, q)$ ,  $GL(4, q)$ ,  $PGL(3, q)$  and  $PGL(4, q)$ . *Canadian Journal of Mathematics* 3 (1951), 225-235.
- [11] YOKONUMA, T. Complément au mémoire « Sur le commutant d'une représentation d'un groupe de Chevalley fini ». *Journ. Fac. Sc. Univ. Tokyo, Sec. I, Vol. XVI, Part 1* (1969), 147-148.

(Reçu le 7 décembre 1984)

Anna Helversen-Pasotto

Département de Mathématiques  
Parc Valrose  
06034 Nice Cedex (France)

**Vide-leer-empty**