

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 32 (1986)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV ET IDENTITÉS DE BARNES LE CAS DE  $GL_2$  D'UN CORPS FINI  
**Autor:** Helversen-Pasotto, Anna  
**Kapitel:** §2. Représentation de Gelfand-Graev de  $G$  ET DÉCOMPOSITION DE SON ALGÈBRE D'ENTRELAÇEMENT A SUIVANT LES CARACTÈRES CENTRAUX DE  $G$   
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-55078>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

§ 2. REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV DE  $G$   
ET DÉCOMPOSITION DE SON ALGÈBRE D'ENTRELAACEMENT  $A$   
SUIVANT LES CARACTÈRES CENTRAUX DE  $G$

Nous gardons les notations de l'introduction,  $F$  désigne le corps fini à  $q$  éléments,  $F^\times$  (resp.  $F^+$ ) désigne le groupe multiplicatif (resp. additif) de  $F$  et  $G = GL(2, F)$ . Nous fixons, une fois pour toutes, un caractère non-trivial  $\psi$  de  $F^+$ . La représentation de Gelfand-Graev  $V$  de  $G$  est définie par

$$V = \text{Ind}_U^G(\lambda),$$

où  $U = \{u(b) \mid b \in F^+\}$ ,  $u(b) = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , pour  $b \in F$ , et  $\lambda(u(b)) = \psi(b)$ , pour tout  $b \in F$ . Nous allons étudier la structure de l'algèbre d'entrelacement  $A = \text{End}_G(V)$ . A ce propos, il est commode de travailler avec des idempotents dans l'algèbre  $\mathbb{C}[G]$  du groupe  $G$ .

Posons  $e_\lambda := q^{-1} \sum_{u \in U} \lambda(u^{-1})u$ . On a  $e_\lambda^2 = e_\lambda$  et  $u e_\lambda = \lambda(u)e_\lambda = e_\lambda u$ , pour tout  $u \in U$ . La représentation induite  $V$  se réalise dans l'idéal à gauche  $\mathbb{C}[G]e_\lambda$  engendré par l'idempotent  $e_\lambda$  et l'algèbre d'entrelacement  $A$  s'identifie à la sous-algèbre  $e_\lambda \mathbb{C}[G]e_\lambda$  de l'algèbre du groupe.

Soit  $X$  le groupe des caractères de  $F^\times$ . Pour  $\alpha \in X$ , on définit un caractère du centre  $C$  de  $G$ , qu'on désignera par le même symbole  $\alpha$ , en posant

$$c(a) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \alpha(c(a)) = \alpha(a), \quad \text{pour } a \in F^\times.$$

Posons

$$e_\alpha := (q-1)^{-1} \sum_{c \in C} \alpha(c^{-1})c, \quad \text{pour } \alpha \in X.$$

On remarque que

$$e_\alpha^2 = e_\alpha, e_\alpha e_{\alpha'} = 0, \quad \text{si } \alpha \neq \alpha', \alpha, \alpha' \in X$$

et que

$$\sum_{\alpha \in X} e_\alpha = 1;$$

i.e. les  $e_\alpha, \alpha \in X$ , forment un système d'idempotents, deux à deux orthogonaux, de somme 1. Chaque  $e_\alpha, \alpha \in X$ , est un idempotent central, i.e.  $e_\alpha$  est dans le centre de l'algèbre du groupe. Posons

$$H = CU.$$

On définit un caractère  $\alpha\lambda$  de  $H$  par

$$(\alpha\lambda)(cu) = \alpha(c)\lambda(u), \quad \text{pour } c \in C, u \in U.$$

Posons

$$V_\alpha = \text{Ind}_H^G(\alpha\lambda), \quad \text{pour tout } \alpha \in X;$$

cette représentation induite se réalise dans l'idéal à gauche  $C[G]e_\alpha e_\lambda$  et l'on a

$$V = \bigoplus_{\alpha \in X} V_\alpha.$$

L'algèbre d'entrelacement  $A_\alpha$  de  $V_\alpha$  s'identifie à l'algèbre  $e_\alpha e_\lambda C[G] e_\alpha e_\lambda$  qui est égale à  $e_\lambda C[G] e_\alpha e_\lambda$ , d'où

$$A = \bigoplus_{\alpha \in X} A_\alpha.$$

Dans la suite, on se fixe un caractère central  $\alpha$  et l'on étudie l'algèbre  $A_\alpha$ .

### § 3. DESCRIPTION DE $A_\alpha$ EN TERMES DE GÉNÉRATEURS ET RELATIONS

Posons  $e = e_\theta$  avec  $\theta = \alpha\lambda$ , on a alors  $A_\alpha = e C[G] e = \text{End}_G(\text{Ind}_H^G(\theta))$ . Soit  $R$  un système de représentants des doubles classes de  $G$  suivant  $H$ . On sait que l'ensemble

$$B = \{ere \mid r \in R, ere \neq 0\}$$

forme une base de  $A_\alpha$  en tant qu'espace vectoriel sur  $C$ . Pour  $h, h' \in H, r \in R$ , l'on a

$$e h r h' e = \theta(hh') ere.$$

Pour tout  $g \in G$ , on définit un caractère  $g\theta$  de  $g H g^{-1}$  par  $(g\theta)(x) = \theta(g^{-1}xg)$ , si  $x \in g H g^{-1}$ . On sait que, pour tout  $g \in G$ , la condition  $ege \neq 0$  équivaut à

$$\theta_{/H \cap g H g^{-1}} = g \theta_{/H \cap g H g^{-1}}.$$

Rappelons que