

Zeitschrift:	L'Enseignement Mathématique
Herausgeber:	Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band:	32 (1986)
Heft:	1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE
 Artikel:	REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV ET IDENTITÉS DE BARNES LE CAS DE GL2 D'UN CORPS FINI
Autor:	Helversen-Pasotto, Anna
Kapitel:	§2. Représentation de Gelfand-Graev de G ET DÉCOMPOSITION DE SON ALGÈBRE D'ENTRELACEMENT A SUIVANT LES CARACTÈRES CENTRAUX DE G
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-55078

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

§ 2. REPRÉSENTATION DE GELFAND-GRAEV DE G
ET DÉCOMPOSITION DE SON ALGÈBRE D'ENTRELACEMENT A
SUIVANT LES CARACTÈRES CENTRAUX DE G

Nous gardons les notations de l'introduction, F désigne le corps fini à q éléments, F^\times (resp. F^+) désigne le groupe multiplicatif (resp. additif) de F et $G = GL(2, F)$. Nous fixons, une fois pour toutes, un caractère non-trivial ψ de F^+ . La représentation de Gelfand-Graev V de G est définie par

$$V = \text{Ind}_U^G(\lambda),$$

où $U = \{u(b) \mid b \in F^+\}$, $u(b) = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, pour $b \in F$, et $\lambda(u(b)) = \psi(b)$, pour tout $b \in F$. Nous allons étudier la structure de l'algèbre d'entrelacement $A = \text{End}_G(V)$. A ce propos, il est commode de travailler avec des idempotents dans l'algèbre $\mathbf{C}[G]$ du groupe G .

Posons $e_\lambda := q^{-1} \sum_{u \in U} \lambda(u^{-1})u$. On a $e_\lambda^2 = e_\lambda$ et $ue_\lambda = \lambda(u)e_\lambda = e_\lambda u$, pour tout $u \in U$. La représentation induite V se réalise dans l'idéal à gauche $\mathbf{C}[G]e_\lambda$ engendré par l'idempotent e_λ et l'algèbre d'entrelacement A s'identifie à la sous-algèbre $e_\lambda \mathbf{C}[G]e_\lambda$ de l'algèbre du groupe.

Soit X le groupe des caractères de F^\times . Pour $\alpha \in X$, on définit un caractère du centre C de G , qu'on désignera par le même symbole α , en posant

$$c(a) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \alpha(c(a)) = \alpha(a), \quad \text{pour } a \in F^\times.$$

Posons

$$e_\alpha := (q-1)^{-1} \sum_{c \in C} \alpha(c^{-1})c, \quad \text{pour } \alpha \in X.$$

On remarque que

$$e_\alpha^2 = e_\alpha, \quad e_\alpha e_{\alpha'} = 0, \quad \text{si } \alpha \neq \alpha', \alpha, \alpha' \in X$$

et que

$$\sum_{\alpha \in X} e_\alpha = 1;$$

i.e. les e_α , $\alpha \in X$, forment un système d'idempotents, deux à deux orthogonaux, de somme 1. Chaque e_α , $\alpha \in X$, est un idempotent central, i.e. e_α est dans le centre de l'algèbre du groupe. Posons

$$H = CU.$$

On définit un caractère $\alpha\lambda$ de H par

$$(\alpha\lambda)(cu) = \alpha(c)\lambda(u), \text{ pour } c \in C, u \in U.$$

Posons

$$V_\alpha = \text{Ind}_H^G(\alpha\lambda), \text{ pour tout } \alpha \in X;$$

cette représentation induite se réalise dans l'idéal à gauche $\mathbf{C}[G]e_\alpha e_\lambda$ et l'on a

$$V = \bigoplus_{\alpha \in X} V_\alpha.$$

L'algèbre d'entrelacement A_α de V_α s'identifie à l'algèbre $e_\alpha e_\lambda \mathbf{C}[G]e_\alpha e_\lambda$ qui est égale à $e_\lambda \mathbf{C}[G]e_\alpha e_\lambda$, d'où

$$A = \bigoplus_{\alpha \in X} A_\alpha.$$

Dans la suite, on se fixe un caractère central α et l'on étudie l'algèbre A_α .

§ 3. DESCRIPTION DE A_α EN TERMES DE GÉNÉRATEURS ET RELATIONS

Posons $e = e_\theta$ avec $\theta = \alpha\lambda$, on a alors $A_\alpha = e \mathbf{C}[G] e = \text{End}_G(\text{Ind}_H^G(\theta))$. Soit R un système de représentants des doubles classes de G suivant H . On sait que l'ensemble

$$B = \{ere \mid r \in R, ere \neq 0\}$$

forme une base de A_α en tant qu'espace vectoriel sur \mathbf{C} . Pour $h, h' \in H, r \in R$, l'on a

$$e h r h' e = \theta(hh') ere.$$

Pour tout $g \in G$, on définit un caractère $g\theta$ de $g H g^{-1}$ par $(g\theta)(x) = \theta(g^{-1}xg)$, si $x \in g H g^{-1}$. On sait que, pour tout $g \in G$, la condition $ege \neq 0$ équivaut à

$$\theta|_{H \cap g H g^{-1}} - 1 = g \theta|_{H \cap g H g^{-1}} - 1.$$

Rappelons que