

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 32 (1986)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'UNICITÉ POUR LES PROBLÈMES DE CAUCHY LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE
Autor: Raymond, Xavier Saint

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55077>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Notons \mathcal{V} la variété intégrale de \mathcal{L} passant par x_0 ; alors, en rassemblant les résultats des théorèmes 5.2, 5.3 et 6.2, et en rappelant que sous la condition (P), L est localement résoluble (cf. Nirenberg et Trèves [17]), on s'aperçoit qu'on a démontré l'équivalence des deux propriétés suivantes:

1. Unicité locale en x_0 : pour tout voisinage ω de x_0 ,

$$\left. \begin{array}{l} u \in C^1(\omega), \\ (L + c_0)u(x) = 0 \text{ dans } \omega, \text{ et} \\ u(x) = 0 \text{ dans } \omega_- = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \leq \varphi(x_0)\} \end{array} \right\} \Rightarrow u = 0 \text{ au voisinage de } x_0.$$

2. Pour tout voisinage ω de x_0 , $\mathcal{V} \cap \omega \not\subset \omega_+ = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \geq \varphi(x_0)\}$.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ALINHAC, S. Non unicité du problème de Cauchy. *Annals of Math.* 117 (1983), 77-108.
- [2] ——— Uniqueness and non-uniqueness in the Cauchy problem. *Contemporary Mathematics, Vol. 27* (1984), 1-22.
- [3] ALINHAC, S. et C. ZUILY. Unicité et non-unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs hyperboliques à caractéristiques doubles. *Comm. in Pde's*, 6 (7) (1981), 799-828.
- [4] BAOUENDI, M. S. and C. GOULAOUIC. Cauchy problems with characteristic initial hypersurface. *Comm. on Pure and Appl. Math.* 26 (1973), 455-475.
- [5] BAOUENDI, M. S. and F. TRÈVES. A property of the functions and distributions annihilated by a locally integrable system of complex vector fields. *Annals of Math.* 113 (1981), 387-421.
- [6] CALDERÓN, A. P. Existence and uniqueness theorems for systems of partial differential equations. *Proc. Symp. Fluid Dynamics and applied Math.*, (Univ. of Maryland 1961), 147-195, Gordon and Breach, New York 1962.
- [7] CARDOSO, F. and J. HOUNIE. First order linear pde's and uniqueness in the Cauchy problem. *J. of diff. equ.* 33 (1979), 239-248.
- [8] COHEN, P. *The non-uniqueness of the Cauchy problem*. O.N.R. Techn. Report 93, Stanford 1960.
- [9] HÖRMANDER, L. *Linear partial differential operators*. Springer Verlag, Berlin 1963.
- [10] ——— Non-uniqueness for the Cauchy problem. Lecture notes in Math. (Springer-Verlag) n° 459, *Fourier integral operators and pde's* (1975), 36-72.
- [11] ——— *The analysis of linear partial differential operators, T. I.* Springer-Verlag, Berlin 1983.
- [12] LERNER, N. Unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs elliptiques. *Ann. Sc. de l'Ecole Normale Sup.* 17 (1984), 469-505.
- [13] ——— Unicité de Cauchy pour des opérateurs différentiels faiblement principalement normaux. A paraître dans *J. de Math. pures et appliquées*.
- [14] LERNER, N. et L. ROBBIANO. Unicité de Cauchy pour des opérateurs de type principal. *Séminaire Goulaouic-Meyer-Schwartz 1983-84*, exposé n° IX (Ecole Polytechnique, Paris), et article à paraître dans *J. d'analyse math.*

- [15] LEWY, H. An example of a smooth linear partial differential equation without solution. *Annals of Math.* 66 (1957), 155-158.
- [16] NAGANO, T. Linear differential systems with singularities and an application to transitive Lie algebras. *J. of the Math. Soc. of Japan* 18 (1966), 398-404.
- [17] NIRENBERG, L. and F. TRÈVES. Solvability of a first order linear partial differential equation. *Comm. on Pure and Appl. Math.* 16 (1963), 331-351.
- [18] PLIS, A. A smooth linear elliptic differential equation without any solution in a sphere. *Comm. on Pure and Appl. Math.* 14 (1961), 599-617; voir aussi la bibliographie de [10].
- [19] ROBBIANO, L. Non-unicité du problème de Cauchy pour des opérateurs non-elliptiques à symboles complexes. Thèse de 3^e cycle, Université de Paris XI-Orsay, 1983.
- [20] SAINT RAYMOND, X. Non-unicité de Cauchy pour des opérateurs principalement normaux. *Indiana Univ. Math. J.* 33 (1984), 847-858.
- [21] ——— Autour du théorème de Holmgren sur l'unicité de Cauchy. *J. of diff. geom.* 20 (1984), 121-135.
- [22] SJÖSTRAND, J. *Singularités analytiques microlocales*. Astérisque n° 95 (1982).
- [23] STERNBERG, S. *Lectures on differential geometry*. 2nd edition, Chelsea Publishing Company, New York 1983.
- [24] STRAUSS, M. and F. TRÈVES. First order linear pde's and uniqueness in the Cauchy problem. *J. of diff. equ.* 15 (1974), 195-209.
- [25] SUSSMANN, H. J. Orbits of families of vector fields and integrability of distributions. *Trans. of the Am. Math. Soc.* 180 (1973), 171-188.
- [26] WHITNEY, H. Analytic extensions of differentiable functions defined in closed sets. *Trans. of the Am. Math. Soc.* 36 (1934), 63-89.
- [27] ZACHMANOGLOU, E. C. Propagation of zeroes and uniqueness in the Cauchy problem for first order partial differential equations. *Arch. Rat. Mech. Anal.* 38 (1970), 178-188.
- [28] ZUILY, C. *Uniqueness and non uniqueness in the Cauchy problem*. Progress in mathematics vol. 33, Birkhäuser, Boston 1983.

(Reçu le 22 novembre 1984)

Xavier Saint Raymond

Mathématique, bâtiment 425
Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay
91405 ORSAY Cedex (France)

Vide-leer-empty