

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 32 (1986)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ON CONSECUTIVE VALUES OF THE LIOUVILLE FUNCTION
Autor: Hildebrand, Adolf

Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-55088>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.03.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

It would be interesting to determine those completely multiplicative functions $f(n) = \pm 1$, for which the analogue of the theorem does not hold. Schur [3] proved that if $f \neq f_{\pm}$, where

$$f_{\pm}(n) = \begin{cases} (\pm 1)^k & \text{if } n = 3^k m, m \equiv 1 \pmod{3}, \\ -(\pm 1)^k & \text{if } n = 3^k m, m \equiv 2 \pmod{3}, \end{cases}$$

then there exists at least one $n \geq 1$, such that

$$f(n) = f(n+1) = f(n+2) = 1.$$

It is likely that under the same hypotheses there are infinitely many such n . Using arguments similar to those in section 3, one can prove this assertion under the additional hypotheses $f(2) = 1$ and $f(3) = -1$, but the general case seems to be more complicated.

A very plausible conjecture is that the integers n , for which (1) holds, have positive density. In the case $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$, this would follow from an analogous strengthening of the lemma by requiring (2) to hold on a set of positive density. Whereas a very simple argument shows that the equations $\lambda(n) = \lambda(n+1)$ and $\lambda(n+1) = \lambda(n-1)$ hold on a set of positive (lower) density (cf. [2]), this argument seems to break down, if n is required to lie in a prescribed residue class, and so far we have not been able to overcome this difficulty.

REFERENCES

- [1] CHOWLA, S. *The Riemann hypothesis and Hilbert's tenth problem*. New York-London-Paris, Gordon and Breach 1965.
- [2] GRAHAM, S. and D. HENSLEY. Problem E 3025. *Am. Math. Monthly* 90 (1983), 707.
- [3] SCHUR, I. Multiplikativ signierte Folgen positiver ganzer Zahlen. In: *Gesammelte Abhandlungen von Issai Schur, Vol. 3*, 392-399. Berlin-Heidelberg-New York, Springer 1973.

(Reçu le 21 octobre 1985)

Adolf Hildebrand

Department of Mathematics
University of Illinois
1409 West Green Street
Urbana, Illinois 61801
U.S.A.