

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 31 (1985)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** FORMES DE SEIFERT ET FORMES QUADRATIQUES ENTIÈRES  
**Autor:** Kervaire, Michel  
**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-54564>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Le réseau  $L$  est donc préservé par  $t$  et possède donc une isométrie parfaite.

Enfin, pour le réseau de Leech  $\Lambda$  sans vecteurs de carré scalaire 2, on peut écrire une isométrie parfaite en faisant appel à la belle description de  $\Lambda$  donnée par J. Tits [T].

$\Lambda$  est un module sur un ordre maximal  $A$  de l'algèbre de quaternions « ordinaires »  $H = Q(\sqrt{5})(i, j, k)$  contenant

$$\zeta = -\frac{1}{2}(1+i+j+k)$$

et  $e = \tau + \zeta'$ , où  $\tau = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$  et où  $x \mapsto x'$  désigne la conjugaison standard dans  $H$ .

On observe que  $1 + \zeta + \zeta^2 = 0$ .

Le réseau  $\Lambda$  est défini comme sous-module de  $A^3$  par

$$\Lambda = \{(x_1, x_2, x_3) \in A^3 \mid ex_1 \equiv ex_2 \equiv ex_3 \equiv \sum_{v=1}^3 x_v \pmod{2A}\}.$$

J. Tits munit  $\Lambda$  d'une forme hermitienne  $h$  donnée par

$$h(x, y) = \sum_{v=1}^3 x'_v \cdot y_v \in A$$

et la forme  $S: \Lambda \times \Lambda \rightarrow \mathbf{Z}$  à valeurs entières est donnée par

$$S(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \lambda(h(x, y) + h'(x, y))$$

où  $\lambda(a+b\tau) = a$ . ( $a, b \in \mathbf{Z}$ .)

On peut donc définir une isométrie  $t: \Lambda \rightarrow \Lambda$  par

$$t(x_1, x_2, x_3) = (-\zeta x_1, -\zeta x_2, -\zeta x_3).$$

C'est déjà une isométrie pour la forme hermitienne  $h$  et son polynôme minimal est  $1 - X + X^2$ . Elle est donc parfaite.

## BIBLIOGRAPHIE

- [B] BOURBAKI, N. *Groupes et algèbres de Lie*. Hermann, 1968.
- [H.-M.] HUSEMOLLER, D. and J. MILNOR. *Symmetric Bilinear Forms*. Ergebnisse der Mathematik, Bd 73. Springer, 1973.
- [K] KERVAIRE, M. Les noeuds de dimensions supérieures. *Bull. Soc. Math. de France* 93 (1965), 225-271.
- [N] NIEMEIER, H. V. Definite quadratische Formen der Dimension 24 und Diskriminante 1. *Journal of Number Theory* 5 (1973), 142-178.

- [S] SEIFERT, H. Über das Geschlecht von Knoten. *Math. Annalen* 110 (1934), 571-592.
- [Se] SERRE, J.-P. *Cours d'arithmétique*. P.U.F., 1970.
- [T] TITS, J. Quaternions over  $Q(\sqrt{5})$ , Leech's lattice and the sporadic group of Hall-Janko. *Journal of Algebra* 63 (1980), 56-75.

(Reçu le 12 mars 1984)

Michel Kervaire

Section de Mathématiques  
Case postale 240  
CH — 1211 Genève 24