**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique

**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 31 (1985)

**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** FORMES DE SEIFERT ET FORMES QUADRATIQUES ENTIÈRES

**Autor:** Kervaire, Michel

**Bibliographie**

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-54564

Le réseau $L$ est donc préservé par $t$ et possède donc une isométrie parfaite.

Enfin, pour le réseau de Leech $\Lambda$ sans vecteurs de carré scalaire 2, on peut écrire une isométrie parfaite en faisant appel à la belle description de $\Lambda$ donnée par J. Tits [T].

$\Lambda$ est un module sur un ordre maximal $A$ de l'algèbre de quaternions « ordinaires » $H = Q(\sqrt{5})(i, j, k)$ contenant

$$\zeta = -\tfrac{1}{2}(1+i+j+k)$$

et $e = \tau + \zeta'$, où $\tau = \frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$ et où $x \mapsto x'$ désigne la conjugaison standard dans $H$.

On observe que $1 + \zeta + \zeta^2 = 0$.

Le réseau $\Lambda$ est défini comme sous-module de $A^3$ par

$$\Lambda = \{(x_1, x_2, x_3) \in A^3 \mid ex_1 \equiv ex_2 \equiv ex_3 \equiv \textstyle\sum_{\nu=1}^{3} x_\nu \bmod 2A\}.$$

J. Tits munit $\Lambda$ d'une forme hermitienne $h$ donnée par

$$h(x, y) = \textstyle\sum_{\nu=1}^{3} x'_\nu \cdot y_\nu \in A$$

et la forme $S: \Lambda \times \Lambda \to \mathbf{Z}$ à valeurs entières est donnée par

$$S(x, y) = \tfrac{1}{2} \cdot \lambda(h(x, y) + h'(x, y))$$

où $\lambda(a+b\tau) = a$. $(a, b \in \mathbf{Z}.)$

On peut donc définir une isométrie $t: \Lambda \to \Lambda$ par

$$t(x_1, x_2, x_3) = (-\zeta x_1, -\zeta x_2, -\zeta x_3).$$

C'est déjà une isométrie pour la forme hermitienne $h$ et son polynôme minimal est $1 - X + X^2$. Elle est donc parfaite.

## BIBLIOGRAPHIE


[B] Bourbaki, N. *Groupes et algèbres de Lie.* Hermann, 1968.

[H.-M.] Husemoller, D. and J. Milnor. *Symmetric Bilinear Forms.* Ergebnisse der Mathematik, Bd 73. Springer, 1973.

[K] Kervaire, M. Les nœuds de dimensions supérieures. *Bull. Soc. Math. de France 93* (1965), 225-271.

[N] Niemeier, H. V. Definite quadratische Formen der Dimension 24 und Diskriminante 1. *Journal of Number Theory* 5 (1973), 142-178.

[S] SEIFERT, H. Über das Geschlecht von Knoten. *Math. Annalen 110* (1934), 571-592.

[Se] SERRE, J.-P. *Cours d'arithmétique*. P.U.F., 1970.

[T] TITS, J. Quaternions over $Q(\sqrt{5})$, Leech's lattice and the sporadic group of Hall-Janko. *Journal of Algebra 63* (1980), 56-75.

*(Reçu le 12 mars 1984)*

Michel Kervaire

Section de Mathématiques
Case postale 240
CH — 1211 Genève 24