Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 31 (1985)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SÉRIES D'EISENSTEIN, INTÉGRALES TOROÏDALES ET UNE FORMULE DE HECKE

Autor: Wielonsky, Franck

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-54560

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

D'autre part, les unités de E ont pour image le réseau $\mathbf{Z}^r$ dans $\mathbf{R}^r$ et les racines de l'unité contenues dans E ont pour image le vecteur nul. Si on note w le nombre de ces racines alors le cardinal de U est $\frac{w}{2}$.

Finalement l'expression K devient

$$K = 2^{r_1} \cdot w^{-1} n\, R \sum_{j=1}^{h} \int_{x \in [0,1]^r} Z\left(P^0_{j,x}, \frac{ns}{2}\right) dx\,,$$

où on a noté $P_{j,x}$ la matrice

$$P_{j,x} = P_j^{-1} \Delta D(\tau)\, {}^t\overline{\Delta}\, {}^t(\overline{P_j^{-1}})\,.$$

Réécrivons à présent l'égalité du théorème 1 avec les expressions qui viennent d'être calculées.

PROPOSITION 12 (Formule de Hecke). *Soit*

$$\Lambda_E(s) = (2^{r_2} \pi^{n/2} |d_E|^{\frac{1}{2}})^{-s}\, \Gamma\left(\frac{s}{2}\right)^{r_1} \Gamma(s)^{r_2}\, \zeta_E(s)$$

et pour une matrice P *réelle, symétrique, définie positive, posons*

$$\Lambda(P, s) = \pi^{-s} \Gamma(s)\, Z(P, s)\,.$$

Alors

$$w \cdot \Lambda_E(s) = 2^{r_1 - 1} \cdot n\, R \sum_{j=1}^{h} \int_{x \in [0,1]^r} \Lambda\left(P^0_{j,x}, \frac{ns}{2}\right) dx\,.$$

Remarque. Il serait intéressant de faire le calcul précédent dans un cas plus général où l'on considère un quasi-caractère ω de $\mathbf{A}^\times$ quelconque. Ainsi $\omega \circ N_{E/\mathbf{Q}}$ correspond à un caractère de Hecke sur le groupe des idéaux de E (cf. [4], chap. 8, § 3, p. 156) et la difficulté est alors de calculer l'intégrale toroïdale aux places finies sur lesquelles le quasi-caractère $\omega \circ N_{E/}$ se ramifie.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BOREL, A. *Linear algebraic groups.* Benjamin (1969).
[2] BOREVITCH, Z. I. et I. R. CHAFAREVITCH. *Théorie des Nombres.* Gauthiers Villars (1967).
[3] BOURBAKI, N. *Algèbre, chapitres V, VII.* Masson (1981).
[4] GOLDSTEIN, L. J. *Analytic number theory.* Prentice Hall (1971).

[5] SHIMURA, G. *The arithmetic theory of automorphic functions.* Iwanami Shoten & Princeton Univ. Press (1971).
[6] WEIL, A. *Basic number theory.* Springer-Verlag (1967).

REFERENCES

[Ha] HARDER, G. *Period integrals of cohomology classes which are represented by Eisenstein series.* In *Automorphic forms, Representation Theory and Arithmetic*, Bombay Colloquium, Springer-Verlag, pp. 41-115 (1979).
[He] HECKE, E. *Über die Kroneckersche grenzformel für reelle quadratische körper und die klassenzahl relativ-abelscher körper. Mathematische Werke*, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen (1970), pp. 198-207 (1917).
[L] LANG, S. $SL_2(\mathbf{R})$. Addison Wesley, Reading (1975).
[S] STARK, M. *The analytic theory of algebraic numbers. Bull. A.M.S. 81* (1975), pp. 961-972.
[T] TERRAS, A. *Fourier analysis on symmetric spaces and applications to number theory.* Univ. of Cal. at San Diego, preprint (1981).
[W] WIELONSKY, F. Intégrales toroïdales des séries d'Eisenstein et fonctions zêta. *C. R. Acad. Sci. Paris, 299* (1984), pp. 727-730.
[Z] ZAGIER, D. *Eisenstein series and the Riemann Zeta function.* In *Automorphic forms, Representation theory and Arithmetic*, Bombay Colloquium, Springer-Verlag, pp. 275-301 (1979).

(Reçu le 23 avril 1984)

Franck Wielonsky

Département de Mathématiques
Université de Nice
Parc Valrose
F-06034 Nice

et

Institut Max Planck
Gottfried Claren Strasse 26
D-5300 Bonn 3