

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 31 (1985)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SÉRIES D'EISENSTEIN, INTÉGRALES TOROÏDALES ET UNE FORMULE DE HECKE
Autor: Wielonsky, Franck
Kapitel: 1. La formule de Poisson
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-54560>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 25.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$\begin{aligned}
& \int_{k^\times \backslash \mathbf{A}_k^\times} \omega(\det tx) \cdot \sum_{\xi \in V(k) - \{0\}} \varphi(\xi tx) d\mu(t) \\
&= \sum_{\gamma \in P(k) \backslash G(k)} \int_{\mathbf{A}_k^\times} \omega(\det tx) \varphi(\gamma x) d\mu(t) \\
&= E(\varphi, x, \omega).
\end{aligned}$$

Chapitre IV

LE PROLONGEMENT ANALYTIQUE DES SÉRIES D'EISENSTEIN

Dans la suite, k désigne un corps global, E une extension de dimension n sur k et $V(k)$ l'espace vectoriel sur k sous-jacent à E .

1. LA FORMULE DE POISSON

Soit χ un caractère de \mathbf{A}_k non trivial, trivial sur k et soit (x, y) la formule bilinéaire symétrique sur $V(\mathbf{A}_k)$ non dégénérée définie par

$$(x, y) = \text{Tr}(xy),$$

où Tr désigne la trace absolue $\text{Tr}_{E/k}$; alors on peut identifier $V(\mathbf{A}_k)$ avec son dual topologique par l'isomorphisme qui à un élément x de $V(\mathbf{A}_k)$ associe le caractère $\chi(x, y)$ de $V(\mathbf{A}_k)$.

Soit α la mesure de Tamagawa de \mathbf{A}_E pour laquelle le quotient $E \backslash \mathbf{A}$ est de mesure 1, avec l'identification précédente; la transformée de Fourier d'une fonction φ de $\mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k))$ est définie par

$$\hat{\varphi}(y) = \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(x) \overline{\chi(x, y)} d\alpha(x), \quad \text{pour } y \in V(\mathbf{A}_k),$$

et la formule de Poisson pour le sous-groupe discret à quotient compact $V(k)$ dans $V(\mathbf{A}_k)$ s'écrit

$$\sum_{x \in V(k)} \varphi(x) = \sum_{y \in V(k)} \hat{\varphi}(y) \quad \text{pour } \varphi \in \mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k)),$$

l'orthogonal de $V(k)$ s'identifiant à $V(k)$.

PROPOSITION 8. Soit φ une fonction de $\mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k))$; on pose

$$\theta(\varphi, x, t) = \sum_{\xi \in V(k) - \{0\}} \varphi(\xi tx)$$

pour $x \in G(\mathbf{A}_k)$ et $t \in \mathbf{A}_k^\times$; alors

$$\theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) = |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} (\theta(\hat{\varphi}, \check{x}^{-1}, t^{-1}) + \hat{\varphi}(0)),$$

où \check{x} désigne la matrice adjointe de la matrice x pour la forme bilinéaire (a, b) :

$$(ax, b) = (a, b, \check{x}), \quad a, b \in V(\mathbf{A}_k).$$

Démonstration. On pose

$$\psi(\xi) = \varphi(\xi tx) \quad \text{pour} \quad \xi \in V(\mathbf{A}_k);$$

alors
$$\hat{\psi}(\eta) = \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(\xi tx) \overline{\chi(\xi, \eta)} d\alpha(\xi).$$

Si on fait le changement de variables $\xi \mapsto s = \xi t$, on obtient

$$\hat{\psi}(\eta) = |\det t|_{\mathbf{A}_k}^{-n} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(sx) \overline{\chi(st^{-1}, \eta)} d\alpha(s).$$

Posons encore $z = sx$; alors

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\eta) &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(z) \overline{\chi(zx^{-1}t^{-1}, \eta)} d\alpha(z) \\ &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \int_{V(\mathbf{A}_k)} \varphi(z) \overline{\chi(z, \eta t^{-1} \check{x}^{-1})} d\alpha(z) \\ &= |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \hat{\varphi}(\eta t^{-1} \check{x}^{-1}). \end{aligned}$$

Appliquons la formule de Poisson; on obtient l'équivalence des égalités suivantes :

$$\sum_{\xi \in V(k)} \psi(\xi) = \sum_{\eta \in V(k)} \hat{\psi}(\eta),$$

$$\theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) = |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} \cdot \sum_{\eta \in V(k)} \hat{\varphi}(\eta t^{-1} \check{x}^{-1}),$$

$$\theta(\varphi, x, t) + \varphi(0) = |\det tx|_{\mathbf{A}_k}^{-1} (\theta(\hat{\varphi}, \check{x}^{-1}, t^{-1}) + \hat{\varphi}(0)).$$