

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 31 (1985)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SÉRIES D'EISENSTEIN, INTÉGRALES TOROÏDALES ET UNE FORMULE DE HECKE
Autor: Wielonsky, Franck
Kapitel: 1. Mesures sur A_k et A_k^x
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-54560>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 06.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ce qui prouve que

$$\Omega^{-1}(I_E(c)) = I_T(v^{-1}(c))$$

et démontre la proposition.

Chapitre III

DÉFINITION ET CONVERGENCE DES SÉRIES D'EISENSTEIN

Dans tout ce chapitre, k désignera un corps global et \mathbf{A}_k les adèles de k .

1. MESURES SUR \mathbf{A}_k ET \mathbf{A}_k^\times

On s'intéresse d'abord aux places infinies de k (dans le cas où l'extension k est un corps de nombres). Sur le corps \mathbf{R} , on choisit la mesure de Lebesgue usuelle notée dx et sur le groupe multiplicatif \mathbf{R}^\times , on choisit la mesure de Haar $\frac{dx}{|x|}$. Sur le corps \mathbf{C} , on choisit la mesure

$$|dz \wedge d\bar{z}| = 2dx dy$$

et sur le groupe multiplicatif \mathbf{C}^\times , on prend comme mesure la mesure de Haar :

$$|z|^{-2} |dz \wedge d\bar{z}|.$$

Pour chaque place finie v de k , on note α_v une mesure de Haar sur k_v complété de k en cette place. Soit r_v le sous-anneau compact maximal de k_v , on suppose que pour presque tout v , le réel positif $m_v = \alpha_v(r_v)$ est égal à 1. Alors sur le corps global \mathbf{A}_k , il existe une unique mesure notée α qui coïncide avec la mesure produit $\prod \alpha_v$ sur chacun des sous-groupes ouverts $\prod_{v \in P} k_v \cdot \prod_{v \notin P} r_v$ de \mathbf{A}_k où P est un ensemble fini de places de k contenant au moins les places infinies. Alors α est une mesure de Haar sur le corps \mathbf{A}_k . Sur le groupe multiplicatif k_v^\times , on sait que la mesure $\frac{d\alpha_v(x)}{|x|_v}$ est une mesure de Haar. ($|x|_v$ désignant le module de $x \in k_v$).

Soit π_v une uniformisante de k_v ; on choisira comme mesure de Haar sur k_v^\times , la mesure $d\mu_v$ définie par

$$d\mu_v(x) = \frac{|\pi_v|_v}{|\pi_v|_v - 1} \cdot \frac{d\alpha_v(x)}{|x|_v},$$

de sorte que l'on a le :

LEMME. Pour toute place finie v ,

$$\int_{|x|_v=1} d\mu_v(x) = m_v.$$

Démonstration.

$$\begin{aligned} m_v &= \int_{x \in r_v} d\alpha_v(x) = \int_{|x|_v \leq 1} d\alpha_v(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{|x|_v = |\pi_v|_v^{-n}} d\alpha_v(x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} |\pi_v|_v^{-n} \int_{|x|_v=1} d\alpha_v(x) = \left(1 - \frac{1}{|\pi_v|_v}\right)^{-1} \int_{|x|_v=1} d\alpha_v(x) \\ &= \frac{|\pi_v|_v}{|\pi_v|_v - 1} \int_{|x|_v=1} \frac{d\alpha_v(x)}{|x|_v} = \int_{|x|_v=1} d\mu_v(x). \end{aligned}$$

Alors on définit la mesure de Haar μ sur \mathbf{A}_k^\times comme l'unique mesure coïncidant avec la mesure produit $\prod_v \mu_v$ sur chacun des sous-groupes

$$\prod_{v \in P} k_v^\times \cdot \prod_{v \notin P} r_v^\times.$$

2. SÉRIES D'EISENSTEIN

Dans la suite, G désignera le groupe algébrique GL_n ; V un espace vectoriel de dimension n , $e = (0, \dots, 0, 1)$ le dernier élément de la base canonique de V et $\mathcal{S}(V(\mathbf{A}_k))$ l'espace des fonctions de Schwartz-Bruhat définies sur le vectoriel $V(\mathbf{A}_k)$ de la manière suivante :

On dira d'abord qu'une fonction f à valeurs complexes définie sur le vectoriel $V(\mathbf{A}_k)$ est décomposable si elle s'écrit comme un produit

$$f(x) = \prod_v f_v(x_v).$$

Pour les places infinies éventuelles, on demande que f_v soit dans $\mathcal{S}(V(k_v))$ l'espace des fonctions C^∞ à valeurs complexes à décroissance rapide, i.e. quel que soit $\alpha \in \mathbf{N}^{an}$ (avec $a = 1$ si $k_v = \mathbf{R}$ et $a = 2$ si $k_v = \mathbf{C}$) et quel