Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 31 (1985)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MÉTHODE DU CERCLE ADÉLIQUE ET PRINCIPE DE HASSE FIN POUR CERTAINS SYSTÈMES DE FORMES

Autor: Danset, Renaud

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-54555

du système f dans $\mathbf{R}^n$ ou dans $\mathbf{Q}_p^n$ selon le cas. La définition de l'intégrale « $\int \varphi dw_\mu$ » pose alors un problème de convergence (Birch parle d'intégrale de Riemann généralisée) et *a fortiori* si φ n'est pas à support compact (ce dernier cas concerne seulement $\mathbf{R}$ et φ fonction de Schwartz). Enfin, même en cas de convergence, la continuité de la fonction locale F_∞ ou F_p reste à prouver.

Igusa (« Forms of higher degree », p. 76 à 79) montre que la fonction F_∞ existe et est continue pour $\mu \in \mathbf{R}^*$, dans le cas d'une forme f quelconque ($r = 1$). Le cas $\mu = 0$ demande des hypothèses complémentaires sur f.

Birch montre (essentiellement, ceci a déjà été dit dans la remarque qui suit le lemme 4.6, grâce à l'inégalité (5.1) qui dit que codim V^* est grande) dans son lemme 6.1 surtout, que la fonction F_∞ existe et est continue pour tout $\mu \in \mathbf{R}^r$ lorsque la fonction φ_∞ est $1_{P\mathscr{B}}$ (le résultat serait identique pour $\varphi_\infty = \theta * 1_{P\mathscr{B}}$).

Il reste à s'assurer de la convergence du produit infini $\prod_p F_p$ (mais sous les hypothèses de Birch c'est vrai) pour obtenir la série singulière globale.

Le cas le plus étudié (Igusa, Lachaud) est celui des formes ($r = 1$) fortement non dégénérées (i.e: $V^* = \{0\}$) où de très beaux résultats ont été obtenus par Igusa selon des méthodes qui n'ont rien à voir avec la méthode du cercle. Mais il paraît difficile de terminer ce travail sans avoir signalé l'existence, sous les hypothèses de Birch (i.e: l'inégalité (5.1)), d'une série singulière globale F continue et intégrable (donc on a $F^* = \hat{F}$).

Enfin, on peut raisonnablement prévoir, en suivant encore Igusa, une formule de Poisson globale:

$$\sum_{\xi \in \mathbf{Q}^r} F^*(\xi) = \sum_{\mu \in \mathbf{Q}^r} F(\mu) .$$

BIBLIOGRAPHIE

BIRCH, B. J. Forms in many variables. *Proc. Royal Soc. A, 265* (1962), 245-263.
DAVENPORT, H. *Analytic Methods for diophantine equations and diophantine inequalities.* Ann. Arbor, 1962.
— Cubic forms in 32 variables. *Phil. Trans. Royal Soc. A 251* (1959), 193-232.
— Cubic forms in 16 variables. *Proc. Royal Soc. A, 272* (1963), 285-303.
GODEMENT, R. *Adèles et idèles.* Cours I.H.P. Paris, 1965/1966.

IGUSA, J. I. *Lectures on forms of higher degree.* Tata institute of fundamental research. Lectures N° 59, Berlin, Springer 1978.

LACHAUD, G. Une présentation adélique de la série singulière et du problème de Waring. *Enseign. Math. 28* (1982), 139-169.

SCHMIDT, W. M. Simultaneous p-adic zeros of quadratic forms. *Monatsh. Math. 90* (1980), 45-65.

—— Simultaneous rational Zeros of quadratic forms. *(A paraître).*

(Reçu le 1er décembre 1983)

Renaud Danset

87, rue du Théâtre
F-75015 Paris