

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 31 (1985)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** UNE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE DUALITÉ DE VERDIER  
**Autor:** Grivel, Pierre-Paul  
**Kapitel:** 2. Les foncteurs E et F  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-54567>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

2. LES FONCTEURS  $E$  ET  $F$ 

2.1. Soit  $f: X \rightarrow Y$  une application continue entre espaces localement compacts telle que le foncteur  $f_!$  soit de dimension cohomologique finie. Soit  $\mathcal{K}$  un faisceau sur  $X$ ,  $f_!$ -mou et plat.

2.2. La composition des foncteurs

$$Sh(X) \times Sh(Y) \xrightarrow{f_!^{\mathcal{K}}} \times_{1_{Sh(Y)}} Sh(Y) \times Sh(Y) \xrightarrow{\mathcal{H}om} Sh(Y)$$

définit un bifoncteur

$$E(-; -): Sh(X)^0 \times Sh(Y) \rightarrow Sh(Y)$$

2.3. Soit  $\mathcal{A}$  un faisceau sur  $X$  et  $\mathcal{B}$  un faisceau sur  $Y$ . Le foncteur  $E(\mathcal{A}; -): Sh(Y) \rightarrow Sh(Y)$  est exact gauche et commute aux produits directs. Le foncteur  $E(-; \mathcal{B}): Sh(X)^0 \rightarrow Sh(Y)$  est exact gauche et transforme les sommes directes en produits directs.

En effet cela résulte des propriétés analogues du foncteur  $\mathcal{H}om$ , de la proposition 1.7 et de ([Gr], th. 2.15).

2.4. La composition des foncteurs

$$Sh(X) \times Sh(Y) \xrightarrow{1_{Sh(X)}} \times_{f_!^{\mathcal{K}}} Sh(X) \times Sh(X) \xrightarrow{\mathcal{H}om} Sh(X) \xrightarrow{f_*} Sh(Y)$$

définit un bifoncteur

$$F(-; -): Sh(X)^0 \times Sh(Y) \rightarrow Sh(Y)$$

2.5. Soit  $\mathcal{A}$  un faisceau sur  $X$  et  $\mathcal{B}$  un faisceau sur  $Y$ . Le foncteur  $F(\mathcal{A}; -): Sh(Y) \rightarrow Sh(Y)$  est exact gauche et commute aux produits directs.

Le foncteur  $F(-; \mathcal{B}): Sh(X)^0 \rightarrow Sh(Y)$  est exact gauche et transforme les sommes directes en produits directs. En effet cela résulte des propriétés analogues des foncteurs  $\mathcal{H}om$  et  $f_*$  et du N° 1.8.

2.6. THÉORÈME. *Il existe un isomorphisme de bifoncteurs*

$$\lambda: E(-; -) \rightarrow F(-; -).$$

2.7. La construction du morphisme  $\lambda$  et la démonstration du théorème fera l'objet du paragraphe 3.

2.8. COROLLAIRE. *Le foncteur  $f_{\mathcal{X}}^! : Sh(Y) \rightarrow Sh(X)$  est adjoint à droite au foncteur  $f_{\mathcal{X}}^{\mathcal{X}} : Sh(X) \rightarrow Sh(Y)$ .*

*Démonstration.* En effet prenons les sections globales dans l'isomorphisme du théorème 2.6. On obtient ainsi un isomorphisme

$$\mathrm{Hom}_{Sh(Y)}(f_{\mathcal{X}}^{\mathcal{X}}(\mathcal{A}); \mathcal{B}) = \mathrm{Hom}_{Sh(X)}(\mathcal{A}; f_{\mathcal{X}}^!(\mathcal{B}))$$

2.9. COROLLAIRE. *Le foncteur  $f_{\mathcal{X}}^! : Sh(Y) \rightarrow Sh(X)$  se restreint à un foncteur  $f_{\mathcal{X}}^! : \mathrm{Inj}(Y) \rightarrow \mathrm{Inj}(X)$ .*

*Démonstration.* Soit  $0 \rightarrow \mathcal{A}' \rightarrow \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}'' \rightarrow 0$  une suite exacte de faisceaux sur  $X$  et soit  $\mathcal{I}$  un faisceau injectif sur  $Y$ . En appliquant successivement à cette suite les foncteurs exacts  $f_{\mathcal{X}}^{\mathcal{X}}$  et  $\mathrm{Hom}_{Sh(Y)}(-; \mathcal{I})$ , puis en utilisant l'isomorphisme du corollaire 2.8, on obtient une suite exacte

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathrm{Hom}_{Sh(X)}(\mathcal{A}''; f_{\mathcal{X}}^!(\mathcal{I})) &\rightarrow \mathrm{Hom}_{Sh(X)}(\mathcal{A}; f_{\mathcal{X}}^!(\mathcal{I})) \\ &\rightarrow \mathrm{Hom}_{Sh(X)}(\mathcal{A}'; f_{\mathcal{X}}^!(\mathcal{I})) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Il en résulte que le faisceau  $f_{\mathcal{X}}^!(\mathcal{I})$  est injectif.

### 3. L'ISOMORPHISME $\lambda$

3.1. On reprend les hypothèses du N° 2.1. Le résultat suivant permet de simplifier la construction de  $\lambda$  en passant d'une situation locale à une situation globale.

LEMME. *Soit  $W \in \mathrm{Ouv}(Y)$ : posons  $W' = f^{-1}(W)$  et considérons le diagramme commutatif*

$$\begin{array}{ccc} W' & \xrightarrow{j'} & X \\ f' \downarrow & & \downarrow f \\ W & \xrightarrow{j} & Y \end{array}$$