

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 31 (1985)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** UNE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE DUALITÉ DE VERDIER  
**Autor:** Grivel, Pierre-Paul  
**Kapitel:** Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-54567>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## UNE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE DUALITÉ DE VERDIER

par Pierre-Paul GRIVEL

### INTRODUCTION

Soit  $R$  un anneau commutatif unitaire. Désignons par  $D(X)$  la catégorie dérivée de la catégorie  $K(X)$  des complexes de faisceaux de  $R$ -modules sur un espace topologique  $X$ .

Si  $f: X \rightarrow Y$  est une application continue entre espaces localement compacts, on peut définir des foncteurs  $\mathbf{R}f_!: D(X) \rightarrow D(Y)$  et  $f^!: D(Y) \rightarrow D(X)$ , qui généralisent les foncteurs image directe et image inverse. On a alors le résultat suivant qui a été annoncé par Verdier dans [V].

**THÉORÈME DE DUALITÉ.** *Si le foncteur  $f_!$  est de dimension cohomologique finie et si l'anneau  $R$  est noethérien, on a un isomorphisme fonctoriel*

$$\mathbf{R} \mathcal{H}om^*(\mathbf{R}f_!(\mathcal{A}^*); \mathcal{B}^*) = \mathbf{R}f_* \mathbf{R} \mathcal{H}om^*(\mathcal{A}^*; f^!(\mathcal{B}^*))$$

dans  $D^+(Y)$ , où  $\mathcal{A}^* \in \text{Ob}D^-(X)$  et  $\mathcal{B}^* \in \text{Ob}D^b(Y)$ .

Ce théorème, qui à l'origine a joué un rôle en géométrie algébrique, trouve aujourd'hui son utilisation dans l'homologie d'intersection et la théorie des  $\mathcal{D}$ -modules.

Cette note est la suite obligée de [Gr]. Elle développe les détails de la démonstration du théorème de dualité en suivant un argument qui était déjà esquissé dans [V]. Je remercie N. Spaltenstein qui m'a suggéré la possibilité de définir directement et explicitement l'isomorphisme entre les deux foncteurs et à qui je dois également l'idée du lemme fondamental 3.4.

On reprend ici les notations introduites dans [Gr], à une exception près cependant. L'anneau de base est noté  $R$  (au lieu de  $A$ ) et le faisceau constant sur  $X$  de fibre  $R$  est noté  $R_X$  (au lieu de  $A$ ).