

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 30 (1984)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LE PROBLÈME DE J. MILNOR SUR LE NOMBRE GORDIEN DES NŒUDS ALGÈBRIQUES  
**Autor:** Boileau, Michel / Weber, Claude

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-53827>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$\leq p(K) - 1$ , où  $e(K)$  désigne le rang du module d'Alexander de  $K$ . En effet le groupe d'un nœud à  $p$  ponts admet une présentation avec  $p$  générateurs méridiens, et le calcul différentiel libre de Fox  $[Fo_1]$  montre alors qu'on obtient une présentation du module d'Alexander avec  $p - 1$  générateurs.

Cependant ces deux invariants n'ont aucun rapport entre eux. D'une part il existe des nœuds à 2 ponts de nombre gordien arbitrairement grand, par exemple les nœuds toriques  $(2, 2n + 1)$ ,  $n \geq 1$ , qui sont de nombre gordien  $n$  (cf. § 5 et [Mu]).

D'autre part, le double d'un nœud est toujours de nombre gordien 1, mais peut avoir un nombre de ponts arbitrairement grand : le double itéré  $n$  fois du nœud de trèfle a un nombre de ponts  $p = 2^{n+1}$  d'après Schubert [Sch].

E — Il existe dans la littérature bien d'autres invariants géométriques d'un entrelacs qui sont liés au nombre gordien et qui donnent lieu à des inégalités (cf. par exemple T. Shibuya [Shb]). Cependant ces invariants semblent aussi difficiles à calculer que le nombre gordien et n'ont donné lieu jusqu'à présent à aucune méthode explicite de calcul.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [A] A'CAMPO, N. Le groupe de monodromie du déploiement des singularités isolées de courbes planes I. *Math. Ann.* 213 (1975), 1-32.
- [Be] BENNEQUIN, D. *Entrelacements et Structures de contact*. Thèse. Paris 1982.
- [Bi] BIRMAN, J. *Braids, Links and Mapping Class Group*. Ann. Math. Studies 82, Princeton Univ. Press 1974.
- [BW] BOILEAU, M. et C. WEBER. *Le problème de J. Milnor sur le nombre gordien des nœuds algébriques*. Publication interne. Genève (1983).
- [Co] CONWAY, J. H. An enumeration of knots and links, and some of their algebraic properties. In *Computational Problems in Abstract Algebra*, Pergamond Press (1970), 329-358.
- [Fo<sub>1</sub>] FOX, R. A quick trip through knot theory. In *Topology of 3-Manifolds and Related Topics*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall (1962), 120-167.
- [Fo<sub>2</sub>] ——— Characterization of Slices and Ribbons. *Osaka J. Math.* 10 (1973), 69-76.
- [Fu] FULTON, W. *Algebraic Curves*. Math. Lecture Note series, W. A. Benjamin, Inc, 1969.
- [GLa<sub>1</sub>] GOMEZ-LARRAÑAGA, J. C. *Knot Primeness*. Thesis Cambridge University (1981).
- [GLa<sub>2</sub>] ——— Totally knotted knots are prime. *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* 91 (1982), 467-472.
- [GoL] GORDON, C. McA. and R. A. LITHERLAND. On the signature of a link. *Invent. Math.* 47 (1978), 53-70.
- [Gor] GORDON, C. McA. Some aspect of classical knot theory. In *Knot theory*. Springer Lecture Notes 685 (1978), 1-60.

- [Hak] HAKEN, W. Theorie der Normalflächen. *Acta Math.* 105 (1961), 245-375.
- [Hau] HAUSSMANN, J. C. (éditeur). *Knot Theory*. Proc. of a Conference at Plans-sur-Bex (1977), Springer Lecture Notes 685 (1978).
- [Hi] HILLMAN, J. A. *Alexander Ideals of Links*. Springer Lecture Notes 895 (1980).
- [HS] HSIANG, W. C. and R. H. SZCZARBA. On embedding surfaces in four-manifolds. *Proc. symp. Pure Math.* 22 (1971), 97-103.
- [Jo] JONES, B. W. *The Arithmetic theory of quadratic forms*. Math. Monographies (New York) 1950.
- [Ka] KANENOBU, T. The augmentation subgroup of a pretzel link. *Math. Sem. Notes Kobe Univ.* 7 (1979), 363-384.
- [Kin<sub>1</sub>] KINOSHITA, S. On Wendt's theorem of knots. *Osaka Math. J.* 9 (1958), 61-66.
- [Kin<sub>2</sub>] ——— On Wendt's theorem of knots II. *Osaka Math. J.* 10 (1958), 259-261.
- [Kir] KIRBY, R. Problems in low dimensional topology. *Proc. Symp. Pure Math.* 32 (1978), vol. 2, 273-312.
- [KM] KERVAIRE, M. and J. MILNOR. On two-sphere in 4-manifolds. *Proc. Nat. Acad. Sciences* 47 (1961), 1651-1657.
- [Ko] KONDO, H. Knots of unknotting number 1 and their Alexander polynomials. *Osaka J. Math.* 16 (1979), 551-559.
- [KT] KAUFFMAN, L. R. and L. R. TAYLOR. Signature of links. *Trans. A.M.S.* 216 (1976), 351-365.
- [Lev] LEVINE, J. Knot cobordism groups in codimension two. *Comment. Math. Helv.* 44 (1969), 229-244.
- [Lic<sub>1</sub>] LICKORISH, W. B. R. Prime knots and tangles. *Trans. A.M.S. Soc.* 267 (1981), 321-332.
- [Lic<sub>2</sub>] ——— The unknotting number of a classical knot. Preprint 1982.
- [Lit] LITHERLAND, R. A. Signature of iterated torus knots. In *Topology of Low-Dimensional Manifolds*, Springer Lecture Notes 722 (1979), 71-84.
- [Ma] MATUMOTO, T. On the signature invariants of a non-singular complex sesquilinear form. *J. Math. Soc. Japan* 29 (1977), 67-71.
- [Me] MENASCO, W. Incompressible surfaces in the complement of alternating knots and links. Preprint 1981.
- [Mi<sub>1</sub>] MILNOR, J. *Singular Points of Complex Hypersurfaces*. Ann. Math. Studies 61, Princeton Univ. Press 1968.
- [Mi<sub>2</sub>] ——— *Morse Theory*. Ann. Math. Studies 51, Princeton Univ. Press 1963.
- [Mi<sub>3</sub>] ——— Link groups. *Ann. of Math.* 59 (1954), 177-195.
- [Mi<sub>4</sub>] ——— Isotopy of links. In *Algebraic Geometry and Topology*, a Symposium in honour of S. Lefschetz, Princeton Univ. Press 1957, 280-306.
- [Mu] MURASUGI, K. On a certain numerical invariant of link types. *Trans. A.M.S.* 117 (1965), 387-422.
- [Na] NAKANISHI, Y. A note on unknotting number. *Math. Sem. Notes Kobe Univ.* 9 (1981), 99-108.
- [Ne] NEZHINSKII, V. M. The calculation of signatures and defects of elementary links (Russian). *Studies in topology, Zap. Nauch. Sem. Leningrad. Otdel. Mat. Inst. Steklov.* 36 (1973), 134-145.
- [Pi] PINKHAM, H. C. On the Überschneidungszahl of algebraic knots. Preprint 1974.
- [Po] POPOV, S. A. Almost smooth two-dimensional submanifolds of four-dimensional manifolds and some link invariants (Russian). *Studies in topology, Zap. Nauch. Sem. Leningrad. Otdel. Mat. Inst. Steklov.* 36 (1973), 146-154.
- [Qa] QUACH, T. C. V. *Invariants des nœuds fibrés*. Thèse, Genève 1981.
- [QW] QUACH, T. C. V. et C. WEBER. Famille infinie de nœuds fibrés cobordants à zéro et ayant même polynôme d'Alexander. *Comment. Math. Helv.* 54 (1979), 562-566.

- [Re] REIDEMEISTER, K. Knotentheorie. In *Ergebnisse der Mathematike*, Vol. 1 (1932), reprints Chelsea (1948) et Springer-Verlag (1974).
- [Ro<sub>1</sub>] ROLFSEN, D. *Knots and Links*. Math. Lecture Series 7, Publish or Perish Inc., Berkeley 1976.
- [Ro<sub>2</sub>] ——— A surgical view of Alexander's polynomial. In *Geometric Topology*, Springer Lecture Notes 438 (1975), 415-423.
- [Ro<sub>3</sub>] ——— Isotopy of links in codimension two. *J. Indian Math. Soc.* 36 (1972), 263-278.
- [Rh] ROHLIN, V. A. Two dimensional submanifolds of four-dimensional manifolds. *Functional Analysis and its Applications* 5 (1971), 39-48.
- [Ru] RUDOLPH, L. Seifert ribbons for closed braids. Preprint 1981.
- [Saa] SAKAMOTO, K. The Seifert matrices of Milnor fibering defined by holomorphic functions. *J. Math. Soc. Japon* 26 (1974), 714-721.
- [Sak] SAKUMA, M. The homology groups of abelian coverings of links. *Math. Sem. Notes Kobe Univ.* 7 (1979), 515-530.
- [Sam] SAMUEL, P. *Lectures on old and new results on algebraic curves*. Tata Inst. Lecture Notes (1966).
- [Sch] SCHUBERT, H. Über eine numerische Knoten Invariante. *Math. Z.* 61 (1954), 245-288.
- [Sei] SEIFERT, H. Über das Geschlecht von Knoten. *Math. Ann.* 110 (1934), 571-592.
- [Ser] SERRE, J. P. *Groupes algébriques et corps de classe*. Hermann (Paris) 1959.
- [Shb] SHIBUYA, T. Some relations among various numerical invariants for links. *Osaka J. Math.* 11 (1974), 313-322.
- [Shm] SHINOHARA, Y. On the signature of knots and links. *Trans. A.M.S.* 156 (1971), 273-285.
- [St<sub>1</sub>] STALLINGS, J. On fibering certain 3-manifolds. In *Topology of 3-Manifolds and Related Topics*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall (1962), 95-100.
- [St<sub>2</sub>] ——— Construction of fibred knots and links. *Proc. Symp. Pure Math.* 32 (1978), vol. 2, 55-60.
- [Tri] TRISTRAM, A. G. Some cobordism invariants for links. *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* 66 (1969), 251-264.
- [Tro] TROTTER, H. F. On *S*-equivalence of Seifert matrices. *Invent. Math.* 20 (1973), 173-207.
- [Vi] VIRO, O. Branched covering of manifolds with boundary and link invariants I. *Math. USSR Izvestija* 7 (1973), 1239-1256.
- [Wad] WALDHAUSEN, F. On irreducible 3-manifolds which are sufficiently large. *Ann. of Math.* 87 (1968), 56-88.
- [Wak] WALKER, R. *Algebraic Curves*. Princeton Univ. Press 1950, reprint Springer-Verlag 1978.
- [We] WENDT, H. Die Gordische Auflösung von Knoten. *Math. Z.* 42 (1937), 680-696.

(Reçu le 14 avril 1983)

Michel Boileau, Claude Weber

Section de mathématiques  
2-4, rue du Lièvre  
Case postale 124  
1211 Genève 24  
Suisse