

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 29 (1983)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REPRESENTATIONS OF THE SYMMETRIC GROUP, THE SPECIALIZATION ORDER, SYSTEMS AND GRASSMANN MANIFOLDS  
**Autor:** Hazewinkel, Michiel / Martin, Clyde F.  
**Kurzfassung:** Abstract  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-52973>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

REPRESENTATIONS OF THE SYMMETRIC GROUP,  
THE SPECIALIZATION ORDER, SYSTEMS  
AND GRASSMANN MANIFOLDS <sup>1)</sup>

by Michiel HAZEWINKEL and Clyde F. MARTIN <sup>2)</sup>

ABSTRACT

A certain partial order on the set of all partitions of a given natural number  $n$  describes many containment, specialization or degeneration relations in the, seemingly, rather disparate parts of mathematics dealing with permutation representations of  $S_n$ , the existence of  $(0, 1)$ -matrices with prescribed row and column sums, symmetric mean inequalities, orbits of nilpotent matrices under similarity, Kronecker indices of control systems, doubly stochastic matrices and vectorbundles over the Riemann sphere. In this paper we discuss relations between all these subjects which show why the same ordering *must* appear all the time. Central to the discussion is the Schubert-cell decomposition of a Grassmann manifold and the associated (closure) ordering which is a quotient of the Bruhat ordering on the Weyl group  $S_n$ .

CONTENTS

1. Introduction . . . . .	54
2. Several Manifestations of the specialization order . . . . .	56
3. Grassmann manifolds and classifying vectorbundles . . . . .	59
4. Schubert cells . . . . .	60
5. Interrelations . . . . .	62
6. Young's rule, the specialization order, and nilpotent matrices . . .	65

---

<sup>1)</sup> The bulk of the research for this paper was done while the second author was in residence at Erasmus University. The hospitality of Erasmus University is gratefully acknowledged.

<sup>2)</sup> Supported in part by NASA Grant # 2384, ONR Contract # NOOO 14-80C-0199 and DOE Contract # DE-AC01-80RA5256.