Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 28 (1982)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN
Autor: Ziegler, Martin
Kapitel: 5) Beweis des Satzes
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-52241

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

5) Beweis des Satzes

Wir haben noch zu zeigen, daß A in K interpretierbar ist. Wegen (7), genügt es zu zeigen, daß F in K definierbar ist. Wir unterscheiden drei Fälle:

$$L = L_p, \mathbf{C} \text{ oder } q \neq 2 \text{ und } L = \mathbf{R}\,.$$

Dann ist $K \subset L^p$ und wir haben nach (6)

$$F = \{a \in K \mid \forall\, b \in K\,(1 + b \in K^q \,\&\, a_q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q\}$$

$L = \mathbf{R}$, $q = 2$.

Dann ist $F^* \cdot K^q = K^q \cup -K^q$. Und wir haben mit (6′)

$$F = \{a \in K \mid \forall\, b \in K\,(1 + b \in K^q \,\&\, a^q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q \cup -K^q\}$$

$L = \mathbf{Q}_p$.

Wir erhalten aus (6) eine Definition von F, wenn wir $K \cap L^q$ in K definieren können. Weil aber $\mathbf{Q}$ dicht in $\mathbf{Q}_p$ ist, ist nach Hensels Lemma

$$c \in L^q \text{ gdw. es gibt } d \in K \text{ (oder: } \mathbf{Q}) \text{ mit } w\,(c - d^{\varphi}) \geqslant w\,(c) + 3\,.$$

Es genügt also die p-adische Bewertung w in K elementar zu beschreiben: Wenn r relativ prim zu p ist, ist für alle $c \in L$

$$w\,(c) \geqslant o \quad \text{gdw.} \quad 1 + pc^r \in L^r\,.$$

Wenn r eine von q und p verschiedene Primzahl ist, gewinnen wir daraus mit (2) für alle $c \in K$

$$w\,(c) \geqslant o \quad \text{gdw.} \quad 1 + pc^r \in K^r\,.$$

LITERATUR

[AK] Ax, Kochen. Diophantine problems over local fields, I, II, III. *Amer. J. of Math. 87, 88* (1965, 1966).

[C] Cherlin, G. *Mathematical reviews 50* (1975), 9567. (Resprechung von H1).

[CK] Chang-Keisler. *Model Theory.* Alsterdam (1973).

[E] Ersov, Ju. L. Fields with a solvable theory. *Doklady Akademii Nauk SSSR 174* (1967), 19-20, (englische Übersetzung: *Soviet math. 8* (1967), 575-576.

[F] Ficht, H. *Zur Theorie der pythagoräischen Körper.* Diplomarbeit, Konstanz (1979).