Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 28 (1982)

**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN

Autor: Ziegler, Martin

**Vorwort:** 0) EINLEITUNG

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-52241

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 23.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN\*

### von Martin Ziegler

Professor E. Specker zum sechzigsten Geburtstag

## 0) EINLEITUNG

Wir konstruieren in dieser Arbeit eine Reihe von Körpern, in denen sich der Ring der ganzen Zahlen interpretieren läßt. Als Folgerung ergibt sich:

Eine endlich axiomatisierte Theorie, die einen algebraisch abgeschlossenen Körper,  $\mathbf{R}$  (den Körper der reellen Zahlen) oder einen der p-adischen Körper  $\mathbf{Q}_p$  als Modell hat, ist erblich unentscheidbar.

Insbesondere haben wir: (Fall R)

Die Theorie der euklidischen Körper ist erblich unentscheidbar.

Die Theorie der pythagoräischen Körper ist erblich unentscheidbar.

(Ein formal-reeller Körper ist euklidisch, wenn jedes Element Quadrat oder Negatives eines Quadrates ist, und pythagoräisch, wenn jede Quadratsumme Quadrat ist.)

Die Frage nach der Entscheidbarkeit der euklidischen Körper wurde 1959 von Tarski gestellt ([T]). Der Fall **R** unseres oben angegebenen Satzes wurde in [T] vermutet.

Tarskis Problem wurde bisher nur von K. Hauschild behandelt ([H 1], [H 2]). Sein Beweis für die Unentscheidbarkeit der pythagoräischen Körper ist jedoch fehlerhaft und irreparabel (siehe [C], [F]). Unsere Konstruktion verwendet einige grundsätzliche Ideen Hauschilds: "q-te Wurzeln", "Bewertungen", "schrittweise Konstruktion".

Ich danke A. Prestel und U. Henschel für ihre Unterstützung.

## 1) DISKUSSION DES RESULTATS

 $F_p$  sei der Körper mit p Elementen.  $L_p$  der algebraische Abschluß des rationalen Funktionenkörpers  $F_p(t)$ .

<sup>\*</sup> This article has already been published in *Logic and Algorithmic*, an international Symposium in honour of Ernst Specker, Zürich, February 1980. Monographie de L'Enseignement Mathématique No 30, Genève 1982.