

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER
Autor: Györy, K.
Kapitel: 1. Introduction
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51072>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER

par K. GYÖRY

Dédié à Monsieur le Professeur Kurt Mahler

1. INTRODUCTION

Soient L un corps de nombres algébriques de degré $l \geq 1$, \mathbf{Z}_L son anneau des entiers, et K une extension de degré $n \geq 3$ de L . Soient $\beta, \pi_1, \dots, \pi_s$ ($s \geq 0$) des entiers algébriques non nuls dans L et $d \geq 1$. Supposons $(\pi_i) = \mathfrak{p}_i^{h_L}$, où h_L désigne le nombre de classes de L , $\mathfrak{p}_1, \dots, \mathfrak{p}_s$ sont des idéaux premiers distincts avec normes $N(\mathfrak{p}_i) = p_i^{f_i}$ et p_1, \dots, p_s sont des nombres premiers $\leq P$. Pour chaque $\alpha \in K$, notons $\alpha = \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(n)}$ les conjugués de α sur L . Soient $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ $m \geq 2$ entiers algébriques non nuls dans K . Comme il est connu (voir par ex. [1]),

$$F(x_1, \dots, x_m) = N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m) = \prod_{i=1}^n (\alpha_1^{(i)} x_1 + \dots + \alpha_m^{(i)} x_m)$$

est une forme de degré n à coefficients dans \mathbf{Z}_L . Supposons F irréductible sur L . De nombreux problèmes de théorie des nombres conduisent à la recherche des solutions $x_1, \dots, x_m \in \mathbf{Z}_L, z_1, \dots, z_s \in \mathbf{Z}$ de l'équation

$$(1) \quad N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}, \quad N((x_1, \dots, x_m)) \leq d.$$

Quand $m = 2$ et $L = \mathbf{Q}$, (1) est justement l'équation de Thue-Mahler et, d'après un célèbre théorème de Mahler [12], [13], (1) n'admet qu'un nombre fini de solutions. Pour certaines généralisations voir Parry [14] et Schlickewei [15]. Ces théorèmes de Mahler, Parry et Schlickewei ne sont pas effectifs, i.e. leurs démonstrations ne fournissent aucun algorithme pour déterminer les solutions. En utilisant la méthode de Baker, A. Vinogradov et Sprindžuk [20], Coates [2], [3], Sprindžuk [17], [18], [19], Kotov [10], Kotov et Sprindžuk [11] et Györy [4], [6] ont obtenu des bornes effectives pour les solutions de l'équation de Thue-Mahler. Les résultats de [10], [11], [4] et

[6] sont valables sur des corps de nombres algébriques L quelconques. Pour $m \geq 2$, [4] et [6] contiennent, sous certaines hypothèses faites sur $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, des majorations effectives pour les solutions de (1). Dans cet article nous donnons des généralisations communes des résultats effectifs mentionnés ci-dessus et de certains théorèmes effectifs [8], [9] obtenus dans le cas $s = 0$. Notre principal résultat a plusieurs applications. Certaines d'entre elles seront publiées dans [7].

2. ENONCÉS DES RÉSULTATS

Soient L, K, β et π_1, \dots, π_s comme plus haut. Supposons $|\beta| \leq b$ et $\max_{1 \leq i \leq s} |\pi_i| \leq \mathcal{P}$ (≥ 2) ($|\alpha|$ désigne la maison d'un nombre algébrique α , i.e. le maximum des valeurs absolues des racines du polynôme minimal de α sur \mathbf{Z}). Pour $s = 0$ soit $P = \mathcal{P} = 2$. Soient D_K le discriminant de K , et G une extension galoisienne de L contenant K . Désignons par h_G et R_G (resp. h_L et R_L) le nombre de classes et le régulateur de G (resp. de L). Posons $[G : \mathbf{Q}] = g$, $[G : L] = f$ et soit r le nombre des unités fondamentales de G .

Nous disons que les nombres $\alpha_1, \dots, \alpha_m \in K$ ($m \geq 2$) sont *connexes* par rapport à K/L si le système \mathcal{L} des formes linéaires $l^{(i)}(x) = \alpha_1^{(i)} x_1 + \dots + \alpha_m^{(i)} x_m$, $i = 1, \dots, n$, est connexe; i.e. si pour tout $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$, il existe une suite $l^{(i)} = l^{(i_1)}, \dots, l^{(i_v)} = l^{(j)}$ dans \mathcal{L} telle que $\lambda'_{i_\mu} l^{(i_\mu)} + \lambda''_{i_\mu+1} l^{(i_\mu+1)} \in \mathcal{L}$ avec $\lambda'_{i_\mu}, \lambda''_{i_\mu+1} \in \overline{\mathbf{Q}} \setminus \{0\}$, $\mu = 1, \dots, v-1$ (cf. [8], [4] ou [6]).

EXEMPLE 1. Il est évident que si $m = 2$, $0 \neq \alpha_1 \in L$ et $K = L(\alpha_2)$, alors α_1 et α_2 sont connexes par rapport à K/L .

EXEMPLE 2. Si $K = L(\alpha_2, \dots, \alpha_m)$ avec $[L(\alpha_i) : L] = n_i \geq 3$, $i = 2, \dots, m$, et $n_2 \dots n_m = n$, alors, d'après le Lemme 4 de [8], les nombres $1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ sont connexes par rapport à K/L .

Soit

$$C = (25(r + sf + 3)g)^{k(24(r+2) + sf(2r+13))} R_L^* (h_L \log \mathcal{P})^{3k-2} \cdot (|D_K|^{1/2} (\log |D_K|)^{ln})^{k-1} (P^g (\log P)^7 R_G \log^3 (R_G^* h_G))^k \cdot (R_G + h_G \log P)^{k(sf+2)},$$