

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 26 (1980)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER  
**Autor:** Györy, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-51072>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SUR CERTAINES GÉNÉRALISATIONS DE L'ÉQUATION DE THUE-MAHLER

par K. GYÖRY

*Dédié à Monsieur le Professeur Kurt Mahler*

## 1. INTRODUCTION

Soient  $L$  un corps de nombres algébriques de degré  $l \geq 1$ ,  $\mathbf{Z}_L$  son anneau des entiers, et  $K$  une extension de degré  $n \geq 3$  de  $L$ . Soient  $\beta, \pi_1, \dots, \pi_s$  ( $s \geq 0$ ) des entiers algébriques non nuls dans  $L$  et  $d \geq 1$ . Supposons  $(\pi_i) = \mathfrak{p}_i^{h_L}$ , où  $h_L$  désigne le nombre de classes de  $L$ ,  $\mathfrak{p}_1, \dots, \mathfrak{p}_s$  sont des idéaux premiers distincts avec normes  $N(\mathfrak{p}_i) = p_i^{f_i}$  et  $p_1, \dots, p_s$  sont des nombres premiers  $\leq P$ . Pour chaque  $\alpha \in K$ , notons  $\alpha = \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(n)}$  les conjugués de  $\alpha$  sur  $L$ . Soient  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$   $m \geq 2$  entiers algébriques non nuls dans  $K$ . Comme il est connu (voir par ex. [1]),

$$F(x_1, \dots, x_m) = N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m) = \prod_{i=1}^n (\alpha_1^{(i)} x_1 + \dots + \alpha_m^{(i)} x_m)$$

est une forme de degré  $n$  à coefficients dans  $\mathbf{Z}_L$ . Supposons  $F$  irréductible sur  $L$ . De nombreux problèmes de théorie des nombres conduisent à la recherche des solutions  $x_1, \dots, x_m \in \mathbf{Z}_L, z_1, \dots, z_s \in \mathbf{Z}$  de l'équation

$$(1) \quad N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}, \quad N((x_1, \dots, x_m)) \leq d.$$

Quand  $m = 2$  et  $L = \mathbf{Q}$ , (1) est justement l'équation de Thue-Mahler et, d'après un célèbre théorème de Mahler [12], [13], (1) n'admet qu'un nombre fini de solutions. Pour certaines généralisations voir Parry [14] et Schlickewei [15]. Ces théorèmes de Mahler, Parry et Schlickewei ne sont pas effectifs, i.e. leurs démonstrations ne fournissent aucun algorithme pour déterminer les solutions. En utilisant la méthode de Baker, A. Vinogradov et Sprindžuk [20], Coates [2], [3], Sprindžuk [17], [18], [19], Kotov [10], Kotov et Sprindžuk [11] et Györy [4], [6] ont obtenu des bornes effectives pour les solutions de l'équation de Thue-Mahler. Les résultats de [10], [11], [4] et

[6] sont valables sur des corps de nombres algébriques  $L$  quelconques. Pour  $m \geq 2$ , [4] et [6] contiennent, sous certaines hypothèses faites sur  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ , des majorations effectives pour les solutions de (1). Dans cet article nous donnons des généralisations communes des résultats effectifs mentionnés ci-dessus et de certains théorèmes effectifs [8], [9] obtenus dans le cas  $s = 0$ . Notre principal résultat a plusieurs applications. Certaines d'entre elles seront publiées dans [7].

## 2. ENONCÉS DES RÉSULTATS

Soient  $L, K, \beta$  et  $\pi_1, \dots, \pi_s$  comme plus haut. Supposons  $|\beta| \leq b$  et  $\max_{1 \leq i \leq s} |\pi_i| \leq \mathcal{P}$  ( $\geq 2$ ) ( $|\alpha|$  désigne la maison d'un nombre algébrique  $\alpha$ , i.e. le maximum des valeurs absolues des racines du polynôme minimal de  $\alpha$  sur  $\mathbf{Z}$ ). Pour  $s = 0$  soit  $P = \mathcal{P} = 2$ . Soient  $D_K$  le discriminant de  $K$ , et  $G$  une extension galoisienne de  $L$  contenant  $K$ . Désignons par  $h_G$  et  $R_G$  (resp.  $h_L$  et  $R_L$ ) le nombre de classes et le régulateur de  $G$  (resp. de  $L$ ). Posons  $[G : \mathbf{Q}] = g$ ,  $[G : L] = f$  et soit  $r$  le nombre des unités fondamentales de  $G$ .

Nous disons que les nombres  $\alpha_1, \dots, \alpha_m \in K$  ( $m \geq 2$ ) sont *connexes* par rapport à  $K/L$  si le système  $\mathcal{L}$  des formes linéaires  $l^{(i)}(x) = \alpha_1^{(i)} x_1 + \dots + \alpha_m^{(i)} x_m$ ,  $i = 1, \dots, n$ , est connexe; i.e. si pour tout  $i \neq j$ ,  $1 \leq i, j \leq n$ , il existe une suite  $l^{(i)} = l^{(i_1)}, \dots, l^{(i_v)} = l^{(j)}$  dans  $\mathcal{L}$  telle que  $\lambda'_{i_\mu} l^{(i_\mu)} + \lambda''_{i_{\mu+1}} l^{(i_{\mu+1})} \in \mathcal{L}$  avec  $\lambda'_{i_\mu}, \lambda''_{i_{\mu+1}} \in \overline{\mathbf{Q}} \setminus \{0\}$ ,  $\mu = 1, \dots, v-1$  (cf. [8], [4] ou [6]).

EXEMPLE 1. Il est évident que si  $m = 2$ ,  $0 \neq \alpha_1 \in L$  et  $K = L(\alpha_2)$ , alors  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont connexes par rapport à  $K/L$ .

EXEMPLE 2. Si  $K = L(\alpha_2, \dots, \alpha_m)$  avec  $[L(\alpha_i) : L] = n_i \geq 3$ ,  $i = 2, \dots, m$ , et  $n_2 \dots n_m = n$ , alors, d'après le Lemme 4 de [8], les nombres  $1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  sont connexes par rapport à  $K/L$ .

Soit

$$C = (25(r + sf + 3)g)^{k(24(r+2) + sf(2r+13))} R_L^* (h_L \log \mathcal{P})^{3k-2} \cdot (|D_K|^{1/2} (\log |D_K|)^{ln})^{k-1} (P^g (\log P)^7 R_G \log^3 (R_G^* h_G))^k \cdot (R_G + h_G \log P)^{k(sf+2)},$$

où

$$R_L^* = \max(R_L, e) \quad \text{et} \quad R_G^* = \max(R_G, e).$$

Avec les notations et définitions données ci-dessus, on a les résultats suivants :

**THÉORÈME 1.** *Avec les notations ci-dessus, soient  $L = K_0 \subset K_1 \subset \dots \subset K_k = K$  des corps de nombres algébriques vérifiant  $[K_i : K_{i-1}] \geq 3$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Soit  $M_i \subset \mathbf{Z}_{K_i}$  un  $\mathbf{Z}_L$ -module avec générateurs de maison  $\leq A'$  qui sont  $K_{i-1}$ -linéairement indépendants et connexes par rapport à  $K_i/K_{i-1}$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Si  $\alpha_1, \dots, \alpha_m \in M_1 \dots M_k$  sont linéairement indépendants sur  $L$  et  $|\overline{\alpha_j}| \leq A$ ,  $j = 1, \dots, m$ , alors toute solution  $x_1, \dots, x_m \in \mathbf{Z}_L$ ,  $z_1, \dots, z_s \geq 0$  de (1) vérifie*

$$(2) \quad \max(|\overline{x_1}|, \dots, |\overline{x_m}|, (p_1^{f_1 z_1} \dots p_s^{f_s z_s})^{h_L / l_n}) \\ < (A^{ml(s+1)} d^s)^{\log \mathcal{P}} \exp \{ C(R_G + h_G \log P) \} (A'b)^C.$$

Pour  $k = 1$  cette assertion résulte du Théorème 2 de [6]. Le Théorème 1 généralise, à la forme de la borne près, les résultats de [20], [2], [3], [17], [18], [19], [10], [11], [8], [9], [4] et [6] qui sont mentionnés dans l'introduction.

Comme il est connu, dans (1) on peut supposer sans restreindre la généralité que  $\alpha_1 = 1$ .

**COROLLAIRE 1.** *Supposons que  $\alpha_1 = 1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \in \mathbf{Z}_K, |\overline{\alpha_i}| \leq A = A'$ ,  $K_1 = L, K_i = L(\alpha_2, \dots, \alpha_i), K_m = K$  et  $[K_i : K_{i-1}] \geq 3, i = 2, \dots, m$ . Alors toute solution de (1) vérifie (2) avec  $k = m - 1$ .*

Quand  $s = 0$ , le Corollaire 1 est un cas particulier de notre Théorème 3 dans [8].

Le corollaire suivant est une conséquence immédiate du Corollaire 1.

**COROLLAIRE 2.** *Soient  $\alpha_1 = 1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \in \mathbf{Z}_K$  vérifiant  $|\overline{\alpha_i}| \leq A = A'$  et  $K = L(\alpha_2, \dots, \alpha_m)$ . Si  $[L(\alpha_i) : L] = n_i \geq 3, i = 2, \dots, m$  et  $n_2 \dots n_m = [K : L]$ , alors toute solution de (1) vérifie (2) avec  $k = m - 1$ .*

Le Corollaire 2 a été démontré, avec une majoration différente de (2), dans [6].

Si  $0 \neq \alpha \in \mathbf{Z}_L$ , notons  $\omega(\alpha)$  le nombre des idéaux premiers distincts de  $L$  divisant  $\alpha$ , et  $P(\alpha)$  le maximum des normes de ces idéaux. Du Théorème 1 on peut déduire le

**THÉORÈME 2.** *Soient  $L, K, d$  et  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  comme dans le Théorème 1, et soit  $F(x) = N_{K/L}(\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m)$ . Il existe des constantes effectives*



$c_i = c_i(K, L, A, A', d) > 0, i = 1, 2$ , et  $N_o = N_o(K, L, A, A', d)$  telles que

$$(3) \quad s \log(s+1) + \log P > c_1 \log \log N$$

et

$$(4) \quad P > c_2 \log \log N$$

pour tout  $x \in \mathbf{Z}_L^m$  avec  $N((x_1, \dots, x_m)) \leq d$  et  $N = \max_{1 \leq i \leq m} |N_{L/Q}(x_i)| \geq N_o$ , où  $s = \omega(F(x))$  et  $P = P(F(x))$ .

Le Théorème 2 généralise certains récents résultats de Kotov [10] et Györy [4].

### 3. DÉMONSTRATIONS

La démonstration du Théorème 1 sera basée sur le théorème ci-dessous. Avec les notations du paragraphe précédent, on a le

THÉORÈME A. Soit  $M = \{\mu_1, \dots, \mu_t\} \subset \mathbf{Z}_K$  un  $\mathbf{Z}_L$ -module. Supposons  $\mu_1, \dots, \mu_t$   $L$ -linéairement indépendants, connexes par rapport à  $K/L$  et  $\max_j |\overline{\mu_j}| \leq A'$ . Si  $y \in M$  et

$$N_{K/L}(y) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$$

avec des entiers  $z_i \geq 0$ , alors  $y = \pi_1^{u_1} \dots \pi_s^{u_s} y'$ , où  $u_1, \dots, u_s \geq 0$  sont des entiers,  $y' \in \mathbf{Z}_K$ ,

$$|\overline{y'}| < T$$

et

$$T = \exp \{ c_3 R_L^* h_L P^g (\log P)^5 R_G \log^3 (R_G^* h_G) (R_G + h_G \log P)^{sf+2} \cdot (\log \mathcal{P}) (R_G + h_G \log P + \log(A'b)) \}$$

avec

$$c_3 = (25(r + sf + 3)g)^{22r + 13sf + 2rsf + 44}.$$

Ce théorème est une conséquence <sup>1)</sup> du théorème 2 du travail [6] (voir encore la majoration (45) de [4]). Dans la démonstration du théorème 2 de [6], nous avons utilisé la méthode de Baker.

<sup>1)</sup> Le théorème 2 de [6] est vrai pour toute extension galoisienne de  $L$  contenant le corps de décomposition de  $F$ .

*Démonstration du Théorème 1.* Démontrons d'abord par récurrence sur  $k$  que  $y \in M = M_1 \dots M_k$  et  $N_{K/L}(y) = \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$  impliquent  $y = \pi_1^{u_1} \dots \pi_s^{u_s} y'$  avec  $u_1, \dots, u_s \geq 0$ , où  $y' \in \mathbf{Z}_K$  et

$$(5) \quad \overline{|y|} < n A' \exp \{ (\log T) (nl(s+1) (\log \mathcal{P}) (\log T_4))^{k-1} \} = n A' U_k$$

avec le  $T_4$  défini ci-dessous. Pour  $k = 1$  cela découle du Théorème A. Supposons (5) prouvé pour  $k-1$  avec  $k \geq 2$ . Posons  $K_{k-1} = K'$ ,  $[K' : L] = n_1$ ,  $[K : K'] = n_2$  et  $M' = M_1 \dots M_{k-1}$ . Désignons par  $D_{K'}$  et  $h_{K'}$  le discriminant et le nombre de classes de  $K'$ . Comme

$$N_{K/L}(y) = N_{K'/L}(N_{K/K'}(y)),$$

dans  $K'$  on a la décomposition en idéaux premiers

$$(N_{K/K'}(y)) = \alpha \mathfrak{P}_1^{z'_1} \dots \mathfrak{P}_q^{z'_q} = (\delta \gamma_1^{w_1} \dots \gamma_q^{w_q}),$$

où  $\mathfrak{P}_1, \dots, \mathfrak{P}_q$  sont les idéaux premiers distincts de  $K'$  au-dessus de  $p_1, \dots, p_s$ ,  $(\alpha, \mathfrak{P}_i) = 1$ ,  $(\delta) \mid (\beta) (\mathfrak{P}_1 \dots \mathfrak{P}_q)^{h_{K'}-1}$ ,  $(\gamma_i) = \mathfrak{P}_i^{h_{K'}}$ , et, en vertu du Lemme 6 de [8] et  $D_{K'}^{n_2} \mid D_K$ , on peut supposer

$$\max_i \overline{|\gamma_i|} < \exp \{ (\log P) (31 (ln_1)^3 \log |D_K|)^{ln_1} |D_K|^{1/6} \} = T_1.$$

Si  $(\pi_i, \gamma_j) \neq 1$ , alors  $N_{K'/L}(\gamma_j^{h_L}) = \eta \pi_i^{h_{K'} f_j^*}$  avec  $f_j^* \leq n_1$  et avec une unité  $\eta \in L$  vérifiant

$$\overline{|\eta|} \leq T_1^{n_1 l h_L \log \mathcal{P}} = T_2.$$

Nous avons

$$(6) \quad N_{K/K'}(y) = \beta_1 (\gamma'_1)^{u'_1} \dots (\gamma'_q)^{u'_q}$$

avec

$$\gamma'_i = \eta^{-1} \gamma_i^{n_1 h_L}, \quad \beta_1 = \delta \eta^{u'_1 + \dots + u'_q} \gamma_1^{d_1} \dots \gamma_q^{d_q},$$

où

$$w_i = h_L u_i + r_i, \quad 0 \leq r_i < h_L, \quad u_i = n_1 u'_i + u''_i, \quad 0 \leq u''_i < n_1$$

et

$$d_i = r_i + u''_i h_L.$$

Ici  $\overline{|\gamma'_i|} \leq T_1^{n_1 h_L} T_2^l$ . En comparant les normes sur  $L$  des membres de gauche et de droite de (6), on obtient

$$\overline{|N_{K'/L}(\beta_1)|} \leq (b^{n_1 l} T_1^{(s+1) h_L})^{2l(s+1) \log \mathcal{P}} = T_3.$$

Le Lemme 6 de [8] implique qu'il existe une unité  $\varepsilon$  dans  $K'$  telle que  $N_{K'/L}(\varepsilon) = 1$ ,  $\beta_1 = \varepsilon^{n_2} \beta'$  et  $[\beta'] \leq T_3 T_1$ .

Par hypothèse on a  $y = y_1 \mu_1 + \dots + y_t \mu_t$ , où  $y_j \in M'$ ,  $t \leq n_2$ ,  $\mu_1, \dots, \mu_t$  sont  $K'$ -linéairement indépendants, connexes par rapport à  $K/K'$  et  $[\mu_j] \leq A'$ . En utilisant le Théorème A, il résulte de (6) que

$$\varepsilon^{-1} y = (\gamma'_1)^{v_1} \dots (\gamma'_q)^{v_q} y^*, \quad y^* \in \mathbf{Z}_K$$

et, d'après une majoration de Siegel [16] concernant  $R_{K'}^* h_{K'}$ ,

$$\begin{aligned} [y^*] &< \exp \{ (s+1) l h_L^2 c_3 \log(T_1 T_2) |D_K|^{1/6} (\log |D_K|)^{n_1 l} P^g \cdot \\ &\cdot (\log P)^5 R_G \log^3(R_G^* h_G) (R_G + h_G \log P)^{sf+2} (R_G + h_G \log P \\ &\quad + \log(A'b)) (\log \mathcal{P}) (\log T_1) \} = \\ &= \exp \{ (\log T_4) (R_G + h_G \log P + \log(A'b)) \} = T_5. \end{aligned}$$

En considérant les conjugués  $\varepsilon^{-1} y^{(i)} = (\varepsilon^{-1} y_1) \mu_1^{(i)} + \dots + (\varepsilon^{-1} y_t) \mu_t^{(i)}$  ( $i = 1, \dots, n_2$ ) de  $\varepsilon^{-1} y$  sur  $K'$ , on obtient  $\varepsilon^{-1} y_j = (\gamma'_1)^{v_1} \dots (\gamma'_q)^{v_q} \sigma_j$  avec  $v_i \geq 0$  et  $\sigma_j \in \mathbf{Z}_{K'}$ , où  $[\sigma_j] < T_5^2, j = 1, \dots, t$ . Comme

$$N_{K'/L}(y_j) = N_{K'/L}(\varepsilon^{-1} y_j) = (\pi_1^{v_1} \dots \pi_s^{v_s})^{n_1 h_{K'}} N_{K'/L}(\sigma_j)$$

avec  $v_i'' \geq 0$ , d'après l'hypothèse de récurrence nous obtenons

$$y_j = \pi_1^{w_{1j}} \dots \pi_s^{w_{sj}} \tilde{y}_j, \quad w_{ij} \geq 0, \quad \tilde{y}_j \in \mathbf{Z}_{K'}, \quad \text{et} \quad [\tilde{y}_j] < T_6,$$

où  $T_6$  coïncide avec  $U_{k-1}$  avec la restriction suivante sur  $U_{k-1}$ : il faut prendre  $T_5^{2n_1}$  au lieu de  $b$ . Avec la notation  $w'_i = \min_j w_{ij}$  nous avons

$$y_j = \kappa y'_j, \quad \kappa = \pi_1^{w'_1} \dots \pi_s^{w'_s}, \quad y'_j \in \mathbf{Z}_{K'}$$

et

$$[y'_j] < T_6^{1, 1(s+1)l \log \mathcal{P}} < U_k.$$

Pour

$$y' = y'_1 \mu_1 + \dots + y'_t \mu_t$$

on a  $y = \kappa y'$  et  $y'$  vérifie (5).

Si  $x_1, \dots, x_m \in \mathbf{Z}_L$ ,  $z_1, \dots, z_s \geq 0$  est une solution quelconque de (1), en considérant les conjugués de  $\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_m x_m = y$  sur  $L$  on obtient

$x_i = \kappa v_i / v$  avec  $v_i, v \in \mathbf{Z}_G$ , où

$$[v] \leq (mA)^m, \quad [v_i] \leq (mA)^{m-1} n A' U_k.$$

Comme  $\kappa \mid v(x_1, \dots, x_m)$ , on déduit

$$|\overline{\kappa}| \leq \mathcal{P}^{s[m l \log(mA) + \log d]},$$

ce qui implique (2).

*Démonstration du Corollaire 1.* Considérons les  $\mathbf{Z}_L$ -modules  $M_i = \{1, \alpha_i\}$ , où  $1, \alpha_i$  sont  $K_{i-1}$ -linéairement indépendants et connexes par rapport à  $K_i/K_{i-1}$ . Comme  $1, \alpha_2, \dots, \alpha_m \in M_2 \dots M_m$  sont  $L$ -linéairement indépendants, le Corollaire 1 est une conséquence simple de notre Théorème 1.

*Démonstration du Théorème 2.* Soit  $0 \neq x \in \mathbf{Z}_L^m$  avec  $N((x_1, \dots, x_m)) \leq d$  et considérons la décomposition de  $F(x)$  en idéaux premiers

$$(7) \quad (F(x)) = p_1^{u_1} \dots p_s^{u_s}.$$

Posons  $p_i^{h_L} = (\pi_i)$  et  $u_i = h_L z_i + r_i$  avec  $0 \leq r_i < h_L$ ,  $i = 1, \dots, s$ . En vertu de (7)  $p_1^{r_1} \dots p_s^{r_s} = (\beta)$  est un idéal principal dans  $L$ , et on a

$$(8) \quad F(x) = \eta \beta \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$$

avec une unité  $\eta \in L$  convenable. D'après le Lemme 3 de [5], on peut supposer que

$$|\overline{\pi_i}| \leq P^{h_L/l} c_4.$$

De plus, d'après ce lemme  $\eta \beta = \varepsilon^{-n} \beta_1$  avec une unité  $\varepsilon \in L$  et avec un  $\beta_1 \in \mathbf{Z}_L$  vérifiant

$$|\overline{\beta_1}| \leq P^{sh_L/l} c_4^n,$$

où  $c_4 = c_4(L)$  est effectivement calculable. (8) implique

$$(9) \quad F(\varepsilon x) = \beta_1 \pi_1^{z_1} \dots \pi_s^{z_s}$$

Nous pouvons maintenant appliquer le Théorème 1 à (9), et nous obtenons

$$(10) \quad \max_{1 \leq i \leq m} |\overline{\varepsilon x_i}| < \exp \{ c_5 (c_6 (s+1))^{c_7 (s+1)} P^{c_8} \cdot (\log P)^{c_9 (s+1)} \}$$

avec des constantes effectives  $c_5 = c_5(K, L, A, A', d)$  et  $c_i = c_i(K, L)$ ,  $6 \leq i \leq 9$ .

Il est évident que

$$(11) \quad |N_{L/Q}(x_i)| \leq |\overline{\varepsilon x_i}|^l, \quad i = 1, \dots, m.$$

De plus, d'après un théorème bien connu

$$(12) \quad s \leq 2l P / \log P.$$

Donc, si  $N_o$  est assez grand, alors en vertu de  $N = \max_i |N_{L/Q}(x_i)| \geq N_o$ ,

(10), (11) et (12),  $P$  est également grand et (10) entraîne

$$(13) \quad s \log(s+1) + \log P + s \log \log P > c_7 \log \log N$$

avec une constante effective  $c_{10} = c_{10}(K, L, A, A', d) > 0$ . Comme

$$s \log \log P < 2 \max(s \log(s+1), \log P),$$

(3) résulte de (13). Enfin, (3) et (12) impliquent (4).

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOREVICH, Z. I. and I. R. SHAFAREVICH. *Number theory*. Academic Press, New York and London, 1967.
- [2] COATES, J. An effective  $p$ -adic analogue of a theorem of Thue. *Acta Arith.* 15 (1969), pp. 279-305.
- [3] — An effective  $p$ -adic analogue of a theorem of Thue II, The greatest prime factor of a binary form. *Acta Arith.* 16 (1970), pp. 399-412.
- [4] GYÖRY, K. On the greatest prime factors of decomposable forms at integer points. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I*, 4 (1978/1979), pp. 341-355.
- [5] — On the solutions of linear diophantine equations in algebraic integers of bounded norm. *Ann. Univ. Sci. Budapest, Sect. Math.* 22-23 (1979/1980), pp. 225-233.
- [6] — Explicit upper bounds for the solutions of some diophantine equations. *Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A I*, 5 (1980), pp. 3-12.
- [7] — Explicit lower bounds for linear forms with algebraic coefficients. *A paraître*.
- [8] GYÖRY, K. and Z. Z. PAPP. Effective estimates for the integer solutions of norm form and discriminant form equations. *Publ. Math. Debrecen* 25 (1978), pp. 311-325.
- [9] — Norm form equations and explicit lower bounds for linear forms with algebraic coefficients. *A paraître*.
- [10] KOTOV, S. V. The Thue-Mahler equation in relative fields (en russe). *Acta Arith.* 27 (1975), pp. 293-315.
- [11] KOTOV, S. V. and V. G. SPRINDŽUK. The Thue-Mahler equation in a relative field and approximation of algebraic numbers by algebraic numbers (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR* 41 (1977), pp. 723-751.
- [12] MAHLER, K. Zur Approximation algebraischer Zahlen, I. Über den grössten Primteiler binärer Formen. *Math. Ann.* 107 (1933), pp. 691-730.
- [13] — Zur Approximation algebraischer Zahlen II. Über die Anzahl der Darstellungen ganzer Zahlen durch Binärformen. *Math. Ann.* 108 (1934), pp. 37-55.
- [14] PARRY, C. J. The  $P$ -adic generalization of the Thue-Siegel theorem. *Acta Math.* 83 (1950), pp. 1-100.
- [15] SCHLICKWEI, H. P. On norm form equations. *J. Number Theory* 9 (1977), pp. 370-380.
- [16] SIEGEL, C. L. Abschätzung von Einheiten. *Nachr. Göttingen* (1969), 71-86.

- [17] SPRINDŽUK, V. G. A new application of  $p$ -adic analysis to representation of numbers by binary forms (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR* 34 (1970), pp. 1038-1063.
- [18] — Rational approximations to algebraic numbers (en russe). *Izv. Akad. Nauk SSSR* 35 (1971), pp. 991-1007.
- [19] — On the structure of numbers representable by binary forms (en russe). *Dokl. Akad. Nauk BSSR* 17 (1973), pp. 685-688.
- [20] VINOGRADOV, A. I. and V. G. SPRINDŽUK. The representation of numbers by binary forms (en russe). *Mat. Zametki* 3 (1968), pp. 369-376.

(Reçu le 10 décembre 1979)

*Note ajoutée aux épreuves.* 1. En utilisant le théorème 1 de mon article « On the representation of integers by decomposable forms in several variables » (à paraître) au lieu du Théorème A, on peut aisément majorer, sous les hypothèses du Théorème 1, les solutions de (1) en entiers  $x_1, \dots, x_m$  d'un corps de nombres quelconque.

2. Dans mon travail « Sur une généralisation de l'équation de Thue-Mahler » (*C. R. Acad. Sc. Paris* 290 (1980), 633-635),  $C$  doit être remplacé par la constante  $C$  ci-dessus. Dans ses corollaires 1 et 2, il faut prendre  $k = m - 1$ , et il faut supposer  $K = L(\alpha_2, \dots, \alpha_m)$ .

Kálmán Györy

Université Kossuth Lajos  
Institut de Mathématiques  
4010 Debrecen  
Hongrie

**Vide-leer-empty**