

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 26 (1980)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LE THÉORÈME D'APPROXIMATION DE RUNGE  
**Autor:** Auderset, Claude  
**Kapitel:** Equivalence des conditions 2) et 1')  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-51070>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

EQUIVALENCE DES CONDITIONS 2) ET 1')

Le support de  $\omega \in \bigcap_{D \in \mathcal{D}} \Gamma_c(A, \xi(D))$  est un compact de  $A$ , ouvert dans  $A$  d'après le principe du prolongement analytique et disjoint de  $P$  puisque  $\omega$  a un zéro d'ordre arbitraire en chaque point de  $P$ . Ainsi, 2) implique 1'). Conséquence:

*Lorsque la surface  $X$  est ouverte,  $\Gamma(X, \xi) \neq 0$ .*

Pour le voir, on utilise 4)  $\Rightarrow$  1) avec  $P = \emptyset$ , en prenant pour  $U$  un ouvert de  $X$  isomorphe par exemple à un disque du plan complexe, de sorte que  $\Gamma(U, \xi) \neq 0$ .

Montrons maintenant par contraposition que 1') implique 2). Soit  $K$  un compact non vide de  $A$  ouvert dans  $A$  et disjoint de  $P$  et soit  $V$  un voisinage ouvert de  $K$  dans  $X$ . On peut supposer  $V$  distinct de  $X$  lorsque  $X$  est compacte, car alors  $P$  est non vide, donc  $K \neq X$ . Soit  $V_0$  une composante connexe de  $V$  qui rencontre  $K$ . Comme  $V_0$  est une surface de Riemann ouverte, il existe  $\alpha$  non nul dans  $\Gamma(V_0, \tilde{\xi})$ . Prolongeant  $\alpha$  à  $V$  et restreignant la section ainsi obtenue à  $K$ , on arrive à un  $\beta$  non nul dans  $\Gamma(K, \tilde{\xi})$ . On construit alors un élément non nul  $\gamma$  de  $\bigcap_{D \in \mathcal{D}} \Gamma_c(A, \xi(D))$  en prenant  $\gamma \mid K = \beta$  et  $\gamma \mid A \setminus K = 0$ .

L'équivalence entre 5) et 3) se ramène à l'équivalence entre 1) et 3) en remplaçant  $X$  par  $X \setminus \bar{P}$  et  $P$  par  $\emptyset$  (que  $X \setminus \bar{P}$  ne soit pas nécessairement connexe ne crée pas de difficulté).

*Remarque.* Les détails techniques de la preuve donnée ont peut-être masqué le fait suivant: le seul théorème d'analyse complexe utilisé a été la dualité de Serre. Ceci apparaît plus clairement si l'on se restreint au cas  $P = \emptyset$  (i.e. au théorème d'approximation de Behnke-Stein). De ce point de vue, il serait souhaitable d'avoir un traitement direct de la dualité de Serre en dimension 1 dans le cas ouvert, indépendant du fait qu'une surface de Riemann ouverte est une variété de Stein.