

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE THÉORÈME D'APPROXIMATION DE RUNGE
Autor: Auderset, Claude
Kapitel: Equivalence des conditions topologiques 2), 3) et 4)
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51070>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

partie de A . Lorsque X est compacte, on suppose P non vide. Les conditions suivantes sont équivalentes :

- 1) Toute section holomorphe de ξ au-dessus de U peut être approchée, uniformément sur les compacts de U , par des sections méromorphes de ξ au-dessus de X à pôles contenus dans P seulement.
- 2) Tout compact non vide de A ouvert dans A contient un point de P .
- 3) Le complémentaire $A \setminus \bar{P}$ de l'adhérence de P dans A n'a pas de composante connexe compacte.
- 4) L'inclusion de U dans $X \setminus \bar{P}$ induit un monomorphisme $H_1(U) \rightarrow H_1(X \setminus \bar{P})$, où H_1 désigne l'homologie singulière entière (par exemple).
- 5) Toute section holomorphe de ξ au-dessus de U peut être approchée, uniformément sur les compacts de U , par des sections holomorphes de ξ au-dessus de $X \setminus \bar{P}$.

Remarque. Lorsque les composantes connexes de A sont ouvertes dans A , par exemple lorsqu'elles sont en nombre fini, la condition 2) peut être remplacée par :

toute composante connexe compacte de A contient un point de P .

En effet, les compacts de A ouverts dans A sont alors les réunions finies de composantes connexes compactes de A .

EQUIVALENCE DES CONDITIONS TOPOLOGIQUES 2), 3) et 4)

LEMME. *Pour qu'un espace localement compact Y n'ait pas de composante connexe compacte, il faut et il suffit que Y ne contienne pas de compact ouvert non vide.*

C'est une conséquence des deux énoncés suivants :

- Une composante connexe d'un compact ouvert dans Y est une composante connexe compacte de Y .
- Toute composante connexe compacte de Y est contenue dans un compact ouvert [2, TG II, 32, Corollaire de la Proposition 6].

Comme tout compact ouvert dans A qui coupe \bar{P} coupe déjà P , on peut remplacer P par \bar{P} dans la condition 2), qui se reformule donc : il n'y a pas

de compact non vide ouvert dans $A \setminus \bar{P}$. D'après le lemme, ceci équivaut à la condition 3).

Pour vérifier l'équivalence de 3) et 4), considérons la suite exacte de cohomologie à supports compacts associée au sous-espace fermé $A \setminus \bar{P}$ de $X \setminus \bar{P}$

$$H_c^0(X \setminus \bar{P}, \mathbf{Z}) \rightarrow H_c^0(A \setminus \bar{P}, \mathbf{Z}) \rightarrow H_c^1(U, \mathbf{Z}) \rightarrow H_c^1(X \setminus \bar{P}, \mathbf{Z})$$

[3, Théorème 4.10.1, p. 190].

Ici, \mathbf{Z} désigne le faisceau constant et, pour un espace topologique Y , $H_c^0(Y, \mathbf{Z})$ est formé des fonctions localement constantes sur Y à support compact. Le support d'un élément de $H_c^0(Y, \mathbf{Z})$ est un compact ouvert dans Y . D'après le lemme, lorsque Y est localement compact, $H_c^0(Y, \mathbf{Z}) = 0$ si et seulement si Y n'a pas de composante connexe compacte. Ceci montre d'abord que $H_c^0(X \setminus \bar{P}, \mathbf{Z}) = 0$. Ensuite, que la condition 3) équivaut à la nullité de $H_c^0(A \setminus \bar{P}, \mathbf{Z})$ ou encore, d'après l'exactitude de la suite précédente, à l'injectivité de $H_c^1(U, \mathbf{Z}) \rightarrow H_c^1(X \setminus \bar{P}, \mathbf{Z})$. Par dualité de Poincaré,

$$H_c^1(U, \mathbf{Z}) \cong H_1(U) \text{ et } H_c^1(X \setminus \bar{P}, \mathbf{Z}) \cong H_1(X \setminus \bar{P}),$$

ce qui achève la preuve de l'équivalence entre 3) et 4).

UTILISATION DE LA DUALITÉ DE SERRE

Désignons par \mathcal{D} l'ensemble des diviseurs effectifs sur X à support contenu dans P . Pour $D \in \mathcal{D}$, soient $\xi(D)$ le produit tensoriel de ξ avec le fibré en droites associé à D et $\tilde{\xi}(D) = \text{Hom}(\xi(D), \kappa)$, où κ est le fibré cotangent de X . Les sections holomorphes de $\xi(D)$ sont interprétés comme sections méromorphes f de ξ telles que $\text{div } f \geq -D$ et les sections holomorphes de $\tilde{\xi}(D)$ comme sections holomorphes ω de $\tilde{\xi} = \text{Hom}(\xi, \kappa)$ telles que $\text{div } \omega \geq D$.

Considérons la suite exacte de cohomologie à supports compacts associée au sous-espace fermé A de X

$$\Gamma_c(X, \tilde{\xi}(D)) \rightarrow \Gamma_c(A, \tilde{\xi}(D)) \rightarrow H_c^1(U, \tilde{\xi}) \rightarrow H_c^1(X, \tilde{\xi}(D))$$

[3, Théorème 4.10.1, p. 190], où Γ_c désigne les sections à support compact du faisceau des sections holomorphes d'un fibré en droites.