

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LE PRODUIT DES CONJUGUÉS EXTÉRIEURS AU CERCLE
UNITÉ D'UN ENTIER ALGÈBRE

Autor: Waldschmidt, Michel

Kurzfassung

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51068>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LE PRODUIT DES CONJUGUÉS EXTÉRIEURS AU CERCLE UNITÉ D'UN ENTIER ALGÈBRIQUE

par Michel WALDSCHMIDT

English summary. This is a survey of some recent results, mainly due to D. Boyd, C. L. Stewart, and E. Dobrowolski, concerning conjectures of Lehmer, Schinzel and Zassenhaus. The problem is to give an effective version of a theorem of Kronecker, and to obtain a lower bound for the product of the conjugates outside the unit circle of an algebraic integer.

Soit α un entier algébrique. On note $d = [\mathbf{Q}(\alpha) : \mathbf{Q}]$ le degré de α , $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ les conjugués de α , et

$$\begin{aligned} M(\alpha) &= \prod_{|\alpha_j| > 1} |\alpha_j| \\ &= \prod_{j=1}^d \max \{1, |\alpha_j|\}. \end{aligned}$$

On remarque que $M(0) = 1$, et que $M(\zeta) = 1$ si ζ est une racine de l'unité. En 1857, Kronecker a démontré que si α est différent de 0 et non racine de l'unité, alors $M(\alpha) > 1$. Ce résultat est déjà implicite dans la démonstration du théorème des unités par Dirichlet en 1846. Il résulte du fait que si $M(\alpha) = 1$, alors, pour tout entier $k > 0$, α^k est racine d'un polynôme de degré $\leq d$ et de hauteur $\leq 2^d$, et ces polynômes sont en nombre fini.

En 1933, D. H. Lehmer pose la question suivante: est-il vrai que pour tout $\varepsilon > 0$ il existe un entier algébrique α vérifiant $1 < M(\alpha) < 1 + \varepsilon$? Lehmer précise qu'une recherche intensive mais non exhaustive parmi les polynômes symétriques de degré ≤ 14 ne lui a pas permis de trouver une meilleure valeur que $M(\alpha_0) = 1,1762808 \dots$ pour α_0 racine du polynôme

$$P(X) = X^{10} + X^9 - X^7 - X^6 - X^5 - X^4 - X^3 + X + 1.$$

On notera que $P(X) = X^5 Q\left(X + \frac{1}{X}\right)$ où

$$Q(Y) = (Y+1)^2(Y-1)(Y+2)(Y-2) - 1.$$

Ce nombre α_0 est le plus petit nombre de Salem connu.