

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: NOMBRES ALGÈBRIQUES ET THÉORIE DES AUTOMATES
Autor: France, Michel Mendes
Anhang: § 4. Appendice: Suite de Morse pondérée et nombres de Pisot
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51067>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ainsi, si un élément est algébrique irrationnel dans une base, il est transcendant dans toute base indépendante (comparer avec le problème 1 du paragraphe 1). Il serait intéressant d'élargir le champ d'application du résultat précédent de façon à pouvoir l'appliquer au corps \mathbf{R} . Dans cet ordre d'idée, il faut signaler le résultat suivant obtenu indépendamment par Dekking [5], K. Kubota [9] et A. van der Poorten [17] employant une méthode de K. Mahler.

THÉORÈME 2. *Le nombre de Morse*

$$\xi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{m_n}{2^n}$$

est transcendant.

La méthode employée pour établir ce résultat devrait pouvoir permettre de montrer que si la suite $S = (\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots)$ est engendrée par un g -automate, alors $\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n g^{-n}$ est transcendant. Ceci répondrait à la conjecture énoncée au premier paragraphe.

§ 4. APPENDICE: SUITE DE MORSE PONDÉRÉE ET NOMBRES DE PISOT

Soit $c = (c_n)$ une suite infinie de nombres réels. A l'entier $n \geq 0$, on associe le nombre

$$f_c(n) = \exp 2i\pi \sum_{k=0}^{\infty} e_k(n) c_k,$$

où $e_k(n)$ est la k^{e} décimale binaire de n . On peut alors montrer que la suite f_c admet une corrélation:

$$\forall l \in \mathbf{Z}, \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \overline{f_c(n)} f_c(n+l) = \gamma_c(l) \text{ existe.}$$

Cette corrélation γ_c est transformée de Fourier d'une mesure positive bornée Λ_c

$$\gamma_c(l) = \int_0^1 (\exp 2i\pi l x) \Lambda_c(dx).$$

Soit $\theta \geq 1$ un nombre réel. Considérons la suite $c = (\theta^n)$ à laquelle correspondra la mesure Λ_c notée Λ_θ .

THÉORÈME 3. Si θ est un nombre de Pisot, alors Λ_θ est une mesure atomique. Si θ n'est pas un nombre de Pisot, alors Λ_θ est une mesure continue, purement singulière.

(Voir [4], [11], [12], [13].)

Ce type de résultat montre qu'une étude spectrale des suites précédemment étudiées est possible. T. Kamae est en train de l'entreprendre et ses résultats seront publiés ultérieurement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BAUM, L. and M. SWEET. Continued fractions of algebraic power series in characteristic 2. *Ann. Math.* 103 (1976), 593-610.
- [2] COBHAM, A. On the base-dependance of sets of numbers recognizable by finite automata. *Math. Syst. Theory* 3 (1969), 186-192.
- [3] ——— Uniform Tag sequences. *Math. Syst. Theory* 6 (1972), 164-192.
- [4] COQUET, J., T. KAMAE et M. MENDES FRANCE. Sur la mesure spectrale de certaines suites arithmétiques. *Bull. Soc. Math. France* 105 (1977), 369-384.
- [5] DEKKING, M. Transcendence du nombre de Thue-Morse. *Comptes Rendus Ac. Sc. Paris* 285 (A) (1977), 157-160.
- [6] DELLACHERIE, C. Nombres au hasard (de Borel à Martin Loff). *Gazette des Math., Soc. Math. France* 11 (1978), 23-58.
- [7] EILENBERG, S. *Automata, Languages and Machines*, vol. A. Academic Press, 1974.
- [8] KOLMOGOROFF, A. N. On tables of random numbers. *Sankhyā* 25 (1963), 369-376.
- [9] KUBOTA, K. An application of Kronecker's theorem to transcendence theory. *Séminaire théorie des nombres de Bordeaux*, 1975-76, exposé 25.
- [10] MARTIN-LÖF, P. The definition of random sequences. *Information and Control* 9 (1969), 602-619.
- [11] MENDES FRANCE, M. Deux remarques concernant l'équirépartition. *Acta Arith.* 14 (1968), 163-167.
- [12] ——— Nombres normaux. Applications aux fonctions pseudo-aléatoires. *Jour. Anal. Math. Jerusalem* 20 (1967), 1-56.
- [13] QUEFFELEC, M. Mesures spectrales associées à certaines suites arithmétiques. *Bull. Soc. Math. France* 107 (1977), 385-421.
- [14] RUDIN, W. Some theorem on Fourier coefficients. *Proc. Amer. Math. Soc.* 10 (1937), 413-417.
- [15] SHAPIRO, H. S. *Extremal problems for polynomials and power series*. Thèse MIT 1951.
- [16] SCHNORR, C. P. *Zufälligkeit und Wahrscheinlichkeit*. Lecture Notes in Math. 218, Springer Verlag, 1970.
- [17] VAN DER POORTEN, A. Propriétés arithmétiques et algébriques de fonctions satisfaisant une classe d'équations fonctionnelles. *Séminaire Théorie des Nombres de Bordeaux*, 1974-75, exposé 7.

(Reçu le 3 janvier 1980)

Michel Mendes France

UER Mathématiques et Informatique
Université Bordeaux I
351, Cours de la Libération
F-33405 Talence