

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 26 (1980)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: KLASSIFIKATIONSTHEORIE ENDLICH-DIMENSIONALER
ALGEBREN IN DER ZEIT VON 1880 BIS 1920
Autor: Happel, Dieter
Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-51060>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Wir wollen mit einigen ziemlich flüchtigen Bemerkungen über die weitere Entwicklung schließen. Die Theorie verzweigte sich in verschiedene Richtungen. Die allgemeine Strukturtheorie der assoziativen Ringe, die in [53] schon neue Ansätze gegenüber der bislang üblichen Betrachtungsweise zeigt, wurde in den Büchern von Albert, Artin-Nesbitt-Thrall und Jacobson zusammengefaßt, dabei verlagerte sich das Interesse im Falle eines beliebigen Grundkörpers sehr bald auf die endlich-dimensionalen Divisionsringe. Es gibt später nur wenige Artikel, die sich mit der expliziten algebraischen oder geometrischen Klassifikation von Algebren beschäftigen. Dies mag daran liegen, daß es nur eine geringe Hoffnung gibt, dieses Ziel mit rein algebraischen Methoden zu erreichen. Wir wissen nur von zwei Arbeiten, die die Klassifikation weiterverfolgten. Dies ist einmal ein Artikel von Hausdorff [17] und dann insbesondere die Arbeiten von Scorza [41, 42]. Beide interessieren sich für Algebren über speziellen nicht algebraisch abgeschlossenen Körpern und geben Klassifikationen bis zur Dimension fünf. Schon damals scheinen allerdings die älteren Ergebnisse unbekannt gewesen zu sein. So verweist Scorza lediglich auf die eingangs erwähnte Arbeit [47] von Study.

IV. BIBLIOGRAPHIE

Die Literaturangaben umfassen wesentlich mehr Arbeiten aus dem behandelten Zeitabschnitt, als wir ausführlich besprechen konnten. Sie scheint ziemlich vollständig bis zum Jahr 1920 zu sein, wenn wir uns auf jene Arbeiten beschränken, die sich mit expliziten Klassifikationsfragen beschäftigen. Literaturangaben über die spätere Entwicklung findet man etwa in den ausführlichen Bibliographien von Albert [1] und Jacobson [25, 26]. Für die Anfänge verweisen wir auf Scheffers [36] und Study [46].

- [1] ALBERT, A. A. *Structure of Algebras*. Coll. Publ. Vol. 24, AMS, Providence 1939.
- [2] ALLEN, R. B. On hypercomplex number systems belonging to an arbitrary domain of rationality. *Trans. Am. Math. Soc.* 9 (1908), 203-218.
- [3] ARTIN, E., C. NESBITT and R. THRALL. *Rings with minimum condition*. Michigan Press 1968.
- [4] BOURBAKI, N. *Elemente der Mathematikgeschichte*. Vandenhoeck-Ruprecht, Göttingen 1971.
- [5] CARTAN, E. Nombres Complexes. In *Œuvres Complètes*, Gauthier-Villars, Paris 1952, I, 107-246.
- [6] — Sur les systèmes de nombres complexes, *ebenda*, 1-4.
- [7] — Les groupes bilinéaires et les systèmes de nombres complexes, *ebenda*, 7-106.
- [8] CAYLEY, A. *Collected Mathematical Papers*, Cambridge University Press.
- [9] CLIFFORD, W. K. *Mathematical Papers*. Macmillan, London 1882.
- [10] DEDEKIND, R. Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen. *Göttinger Nachr.* (1884), 141-159.
- [11] — Erläuterungen zur Theorie der sogen. allgemeinen complexen Grössen. *Göttinger Nachr.* (1887), 1-7.

- [12] DICKSON, L. E. On hypercomplex number systems. *Trans. Am. Math. Soc.* 6 (1905), 344-348.
- [13] FROBENIUS, F. G. Theorie der hyperkomplexen Größen I, II. *Gesammelte Werke*, Springer, Berlin, 1968.
- [14] GHENT, K. S. A note on nilpotent algebras in four units. *Bull. of the Am. Math. Soc.* 40 (1934), 331-338.
- [15] GRASSMANN, H. *Die Ausdehnungslehre von 1844*. Chelsea, New York. 1969.
- [16] HAMILTON, W. R. *Lectures on Quaternions*. Dublin 1853.
- [17] HAUSDORFF, F. Ringe mit vier linear unabhängigen singulären Elementen (über dem Körper $K = \mathbb{F}_q$). *Gesammelte Werke*, Teubner, Stuttgart 1969, 73-84.
- [18] HAWKES, H. E. On hypercomplex number system. *Trans. Am. Math. Soc.* 3 (1902), 312-330.
- [19] ——— Estimate of Pierce's Linear Associative Algebra. *Am. Jour. Math.* 24 (1902), 87-95.
- [20] ——— On Quaternion Number Systems. *Math. Ann.* 60 (1905), 437-447.
- [21] ——— Enumeration of Non-Quaternion Number Systems. *Math. Ann.* 58 (1904), 361-379.
- [22] ——— On Hypercomplex Number Systems in seven units. *Am. Jour. Math.* 26 (1904), 223-242.
- [23] HAZLETT, O. C. Invariantive Characterization of some linear associative algebras. *Ann. Math.* 16 (1914), 1-6.
- [24] ——— On the classification and invariantive characterization of nilpotent algebras. *Am. Jour. Math.* 38 (1916), 109-138.
- [25] JACOBSON, N. *The Theory of Rings*. Math. Surveys Number II, AMS, Providence 1943.
- [26] ——— *Structure of Rings*. Coll. Publ. Vol. 37, AMS, Providence 1956.
- [27] LIE, S. *Vorlesungen über kontinuierliche Gruppen*. Chelsea, New York 1971.
- [28] MOLIN, Th. Über Systeme höherer complexer Zahlen. *Math. Ann.* 41 (1893), 83-156.
- [29] ——— Berichtigung zu dem Aufsatz „Über Systeme höherer complexer Zahlen“. *Math. Ann.* 42 (1893), 308-312.
- [30] PICKERT, G. Neue Methoden in der Strukturtheorie der kommutativ-assoziativen Algebren. *Math. Ann.* 116 (1939), 217-280.
- [31] PIERCE, B. Linear Associative Algebra. *Am. Jour. Math.* 4 (1881), 97-229.
- [32] POINCARÉ, H. Sur les nombres complexes. *Comptes Rendus XCIX* (1884), 740-742.
- [33] ROHR, H. *Über die aus fünf Haupteinheiten ableitbaren höheren complexen Zahlen*. Dissertation Marburg, 1890.
- [34] SCHEFFERS, G. Zur Theorie der aus n Haupteinheiten ableitbaren höheren complexen Zahlen. *Ber. der Ges. der Wiss. zu Leipzig* (1889), 290-307.
- [35] ——— Über die Berechnung von Zahlensystemen, *ebenda*, 400-457.
- [36] ——— Zurückführung complexer Zahlensysteme auf typische Formen. *Math. Ann.* 39 (1891), 293-390.
- [37] ——— Über die Reducibilität complexer Zahlensysteme. *Math. Ann.* 41 (1893), 601-604.
- [38] SCHOUTEN, J. A. Zur Klassifizierung der assoziativen Zahlensysteme. *Math. Ann.* 76 (1915), 1-66.
- [39] ——— Zur Klassifizierung der assoziativen Zahlensysteme. *Math. Ann.* 78 (1918), 218-220. Und Zusatz in *Math. Ann.* 77 (1916), 307.
- [40] SCHUR, F. Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Zahlen. *Math. Ann.* 33 (1889), 49-60.
- [41] SCORZA, G. Le Algebre Del 3° Ordine. *Società Reale di Napoli, Serie Seconda* 20 (13) (1934), 1-14.

- [42] SCORZA, G. Le Algebre Del 4° Ordine. *Società Reale di Napoli, Serie Seconda* 20 (14) (1934), 1-83.
- [43] ——— *Opere Scelte Vol. I-III*. Edizione Cremonese, Roma 1960-62.
- [44] STARKWEATHER, G. P. Non Quaternion Number Systems containing no skew units. *Am. Jour. Math.* 21 (1899), 369-386.
- [45] ——— A class of number systems in six units. *Am. Jour. Math.* 23 (1901), 378-402.
- [46] STUDY, E. Theorie der Gemeinen und Höheren complexen Größen. *Encyclopädie der Math. Wiss. I: 1*, 147-183.
- [47] ——— Über Systeme complexer Zahlen und ihre Anwenwendung in der Theorie der Transformationsgruppen. *Monatsh. für Math. u. Phys.* (1890), 283-355.
- [48] ——— Über Systeme von complexen Zahlen. *Göttinger Nachr.* (1889), 237-268.
- [49] ——— Complexe Zahlen und Transformationsgruppen. *Ber. der Ges. der Wiss. zu Leipzig* (1889), 177-228.
- [50] TABER, H. On hypercomplex number systems. *Trans. Am. Math. Soc.* 5 (1904), 509-548.
- [51] VOGHERA, G. Zusammenstellung der irreduziblen complexen Zahlensysteme in sechs Einheiten. *Denkschr. der math.-naturwiss. Klasse der K. Akademie der Wiss. zu Wien* 84 (1908), 269-328.
- [52] ——— Ein direkter Beweis für die Normalform der complexen Zahlensysteme. *Math. Ann.* 77 (1916), 563-572.
- [53] WEDDERBURN, J. H. M. On hypercomplex numbers. *Proc. London Math. Soc.* 2, Serie 6 (1908), 77-118.
- [54] WEIERSTRASS, K. Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Größen. *Göttinger Nachr.* (1884), 395-419.

Die folgende Auswahl, die bei weitem nicht vollständig ist, enthält einige neuere Arbeiten aus diesem Gebiet, deren Bibliographien weitere Arbeiten zu entnehmen sind.

- [55] BRIANCON, J. Description de $\text{Hilb}\{\mathbb{C}\} x, y^n$. *Invent. Math.* 41 (1977), 45-89.
- [56] DONALD, J. D. and F. J. FLANIGAN. Deformations of Algebra Modules. *Journal of Alg.* 31 (1974), 245-256.
- [57] ENSALEM, J. et A. IARROBINO. Réseaux de coniques et algèbres de longueur 7 associées. (*Erscheint demnächst*).
- [58] FLANIGAN, J. J. Which algebras deform into a total matrix algebra. *Journal of Alg.* 29 (1974), 103-112.
- [59] ——— Algebraic geography: Varieties of structure constants. *Pacific J. of Math.* 23 (1968), 71-79.
- [60] GABRIEL, P. Finite Representation type is open. *Representations of Algebras, Springer Lecture Notes* 488, 1974.
- [61] HAPPEL, D. Deformations of five dimensional algebras with unit. (*Erscheint demnächst*).
- [62] IARROBINO, A. Punctual Hilbert Schemes. *Memoirs Amer. Math. Soc.* 188 (1977).
- [63] MAZZOLA, G. The algebraic and geometric classification of associative algebras of dimension five. *Manuscripta Math.* 27 (1979), 81-101.
- [64] ——— Some criteria for deformation of finite dimensional algebras and the Hasse-diagram of commutative algebras of dimension five. (*Erscheint demnächst*).

(Reçu le 6 février 1979)

Dieter Happel

Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
D 48 Bielefeld
BR Deutschland