

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 24 (1978)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNIVALENT FUNCTIONS, SCHWARZIAN DERIVATIVES AND QUASICONFORMAL MAPPINGS
Autor: Lehto, Olli
Bibliographie
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-49701>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 21.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

we conclude that $d(\{S_h\}, U(H) - T(H)) \geq 2 - \sigma_1$. Consequently, by Lemma 5.2,

$$(5.2) \quad \sigma_3 \geq 2 - \sigma_1.$$

In order to prove that this inequality is sharp, we consider the point S_w , where w is the restriction to H of a branch of the logarithm. Since the boundary of $w(H)$ is not a quasicircle, $S_w \in U(H) - T(H)$. From $S_w(z) = z^{-2}/2$ it follows that $\|S_w\|_H = 2$. Let h be determined by the condition $S_h = r S_w$, $0 < r < 1$, and set $A = h(H)$. From $\|S_h\|_H < 2$ it follows that $S_h \in T(H)$, and so ∂A is a quasicircle. Now

$$\sigma_3 = d(\{S_h\}, U(H) - T(H)) = \|S_w - S_h\| = 2(1-r) = 2 - \sigma_1,$$

showing that (5.2) is sharp.

Suppose that $2 \leq \sigma_1 < 6$. We then conclude from the remark at the end of 5.3 that, even though $\sigma_3 > 0$ for each A , we have $\inf \sigma_3 = 0$ for every σ_1 .

Similarly, Lemma 5.2 can be used to deriving the upper estimate

$$\sigma_3 \leq \min(2, 6 - \sigma_1).$$

(For the details we refer to [9].)

REFERENCES

- [1] AHLFORS, L. V. Quasiconformal reflections. *Acta Math.* 109 (1963), pp. 291-301.
- [2] GEHRING, F. W. Univalent functions and the Schwarzian derivative. *Comment. Math. Helv.* 52 (1977), pp. 561-572.
- [3] —— Spirals and the universal Teichmüller space. *To appear in Acta Math.*
- [4] GEHRING, F. W. and J. VÄISÄLÄ. Hausdorff dimension and quasiconformal mappings. *J. London Math. Soc.* (1973).
- [5] HILLE, E. Remarks on a paper by Zeev Nehari. *Bull. Amer. Math. Soc.* 55 (1949), pp. 552-553.
- [6] KRAUS, W. Über den Zusammenhang einiger Charakteristiken eines einfach zusammenhängenden Bereichs mit der Kreisabbildung. *Mitt. math. Semin. Giessen* 21 (1932).
- [7] KÜHNAU, R. Wertannahmeprobleme bei quasikonformen Abbildungen mit ortsabhängiger Dilatationsbeschränkung. *Math. Nachr.* 40 (1969).
- [8] LEHTO, O. Schlicht functions with a quasiconformal extension. *Ann. Acad. Sci. Fenn. A I 500* (1971).
- [9] —— Domain constants associated with Schwarzian derivative. *Comment. Math. Helv.* 52 (1977), pp. 603-610.
- [10] —— Univalent functions and Teichmüller theory. *Proc. of the First Finnish-Polish Summer School in Complex Analysis at Podlesice, University of Lodz* (1977), pp. 11-33.

- [11] LEHTO, O. and K. I. VIRTANEN. *Quasiconformal mappings in the plane*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1973.
- [12] NEHARI, Z. The Schwarzian derivative and schlicht functions. *Bull. Amer. Math. Soc.* 55 (1949), pp. 545-551.
- [13] ——— A property of convex conformal maps. *J. Analyse Math.* 30 (1976), pp. 390-393.
- [14] PAATERO, V. Über die konforme Abbildung von Gebieten, deren Ränder von beschränkter Drehung sind. *Ann. Acad. Sci. Fenn. A* 33, 9 (1930).
- [15] PFLUGER, A. Über die Konstruktion Riemannscher Flächen durch Verheftung. *J. Indian Math. Soc.* 24 (1960), pp. 401-412.
- [16] TIENARI, M. Fortsetzung einer quasikonformen Abbildung über einen Jordanbogen. *Ann. Acad. Sci. Fenn. A I* 324 (1962).

(Reçu le 15 mai 1978)

O. Lehto

University of Helsinki
Finland