

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 24 (1978)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** REMARKS ON THE UNIVERSAL TEICHMÜLLER SPACE  
**Autor:** Gehring, F. W.

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-49698>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$$\|\varphi\|_D^* = \sup_{z \in D} |\varphi(z)| \operatorname{dist}(z, \partial D)^2.$$

When  $D$  is simply connected, classical estimates due to Koebe and Schwarz imply that

$$\frac{1}{4} \operatorname{dist}(z, \partial D)^{-1} \leq \rho_D(z) \leq \operatorname{dist}(z, \partial D)^{-1}$$

for  $z \in D$ , and hence that

$$\|\varphi\|_D^* \leq \|\varphi\|_D \leq 16 \|\varphi\|_D^*.$$

Theorem 6 in [4] and a recent result due to B. Osgood [7] yield the following extension of Theorem 4.

**THEOREM 6.** *A finitely connected proper subdomain  $D$  of  $\mathbf{C}$  is bounded by quasiconformal circles or points if and only if there exists a positive constant  $\delta$  such that  $f$  is univalent in  $D$  whenever  $f$  is meromorphic in  $D$  with  $\|S_f\|_D^* \leq \delta$ .*

#### REFERENCES

- [1] AHLFORS, L. V. Quasiconformal reflections. *Acta Math.* 109 (1963), pp. 291-301.
- [2] BERS, L. On boundaries of Teichmüller spaces and on kleinian groups I. *Ann. of Math.* 91 (1970), pp. 570-600.
- [3] ——— Uniformization, moduli, and kleinian groups. *Bull. London Math. Soc.* 4 (1972), pp. 257-300.
- [4] GEHRING, F. W. Univalent functions and the Schwarzian derivative. *Comm. Math. Helv.* 52 (1977), pp. 561-572.
- [5] ——— Spirals and the universal Teichmüller space. *Acta Math.* 141 (1978) (to appear).
- [6] KRAUS, W. Über den Zusammenhang einiger Charakteristiken eines einfach zusammenhängenen Bereiches mit der Kreisabbildung. *Mitt. Math. Sem. Giessen* 21 (1932), pp. 1-28.
- [7] OSGOOD, B. Univalence criteria in multiply connected domains. (*To appear*).
- [8] TEICHMÜLLER, O. Extremale quasikonforme Abbildungen und quadratische Differentiale. *Abh. Preuss. Akad. Wiss.* 22 (1940), pp. 1-197.

(Reçu le 15 mai 1978)

F. W. Gehring

Mathematics Department  
University of Michigan  
Ann Arbor, Michigan, 48104