

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 24 (1978)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ON THE GELFAND-FUKS COHOMOLOGY  
**Autor:** Haefliger, André

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-49696>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

For that case, results similar to the one mentioned in this report have been obtained by Fuks-Segal (unpublished) and by T. Tsujishita [21].

For instance, when  $A$  is the algebra of smooth functions on  $M$  on which  $L_M$  acts by Lie derivative, their result is as follows. As it is described in § 3, the bundle  $E$  over  $M$  has a fiber  $F_n$  which is itself a principal  $U_n$ -bundle. Let us fix a fiber  $F_n^o \approx U_n$  of this bundle; as it is invariant by the structural group  $O_n \subset U_n$  of  $E$ , we get a subbundle  $E_o$  of  $E$  with typical fiber  $F_n^o$ . Then  $C^*(L_M, A)$  will be a model for the inverse image of  $E_o$  by the evaluation map  $M \times \Gamma \rightarrow E$ .

2. One of the most interesting problems is to know when, for a given class  $\alpha$  in  $H^*(L_M)$ , there is a space  $X$  and a foliation  $F$  on  $X \times M$  transverse to the fibers such that the image of  $\alpha$  in  $H^*(X)$  by the characteristic homomorphism (cf. 2) is non zero.

Very recent and remarkable results of Fuchs [23] show that this is the case for all classes coming from  $WSO_n$ . (For earlier partial results, see [4].) One might expect that his method will apply in general and show that the answer is affirmative for all classes in  $H^*(L_M)$  (and also for the similar problem with  $H^*(L_M; G)$ ).

There is also the problem of the possible continuous variations of characteristic classes for flat bundles which would be interesting to study (cf. [23]).

#### REFERENCES

- [1] BOTT, R. A topological obstruction for integrability. *Proc. Symp. Pure Math.* 16 (1970), pp. 127-131.
- [2] — On the Gelfand-Fuks cohomology, *Differential Geometry. Proc. of Symp. A.M.S.* 27, Part I, pp. 357-364.
- [3] — Lectures on characteristic classes and foliations (Notes by Lawrence Conlon). *Lecture Notes in Mathematics* 279, pp. 1-94, Springer Verlag, New York, 1972.
- [4] — On the characteristic classes of groups of diffeomorphisms. *Ens. Math.* 23 (1977), pp. 209-220.
- [5] CARTAN, H. Exposés 19 et 20 du Séminaire Henri Cartan 1949-1950 (Espaces fibrés et homotopie).
- [6] GELFAND, I. M. and D. FUKS. The cohomology of the Lie algebra of vector fields on the circle. *Funct. Anal.* 3 (1968), pp. 92-93.
- [7] — The cohomology of the Lie Algebra of Tangent Vector fields on a Smooth Manifold I and II. *Funct. Anal.* 3 (1969), pp. 32-52 and 4 (1970), pp. 23-32.
- [8] — The Cohomology of the Lie Algebra of Formal Vector Fields. *Izvestia Ak. SSSR* 34 (1970), pp. 322-337.
- [9] GODBILLON, G. Cohomologie d'algèbres de Lie de champs de vecteurs formels. *Séminaire Bourbaki* 421 (1972-1973).

- [10] GUILLEMIN, V. Cohomology of vector fields on a Manifold. *Ad. in Math.* 10 (1973), pp. 192-220.
- [11] KOSZUL, J. L. Cohomologie des actions locales de groupes de Lie. *Symposia Mathematica* 16 (1975), pp. 399-407.
- [12] HAEFLIGER, A. Sur les classes caractéristiques des feuilletages. *Séminaire Bourbaki* 412 (1971-1972).
- [13] — Sur la cohomologie de l'algèbre de Lie des champs de vecteurs. *Ann. Scient. Ecole normale Supérieure, 4<sup>e</sup> série, 9* (1976), pp. 503-532.
- [14] — Un modèle pour l'espace des sections d'un fibré. *Séminaire sur les formes différentielles sur les ensembles simpliciaux, 3<sup>e</sup> cycle romand de mathématiques* (1974-1975) — Exposé N° 3.
- [15] — Differentiable cohomology. Cours donné au CIME en 1976 (*to appear*).
- [16] HOCHSCHILD, G. and J. P. SERRE. Cohomology of Lie algebras. *Annals of Math.* 57 (1963), pp. 591-603.
- [17] LOSIK, M. V. Cohomology of the Lie algebra of Vector fields with coefficients in a Trivial Unitary Representation. *Func. Anal.* 6 (1972), pp. 24-36.
- [18] SULLIVAN, D. Infinitesimal Computations in Topology (*to appear*).
- [19] SULLIVAN, D. and M. VIGUÉ-POIRRIER. The homology theory of the closed geodesic problem. *J. of diff. geometry* 11 (1976), pp. 633-644.
- [20] THOM, R. L'homologie des espaces fonctionnels. *Colloque de Topologie algébrique, Louvain 1956*, pp. 29-39.
- [21] TSUJISHITA, T. Continuous cohomology of the Lie algebra of vector fields. *Proc. Japan Acad. Ser. A* (1977), pp. 134-138.
- [22] COHEN, F. R. and L. R. TAYLOR. Computations of Gelfand-Fuks cohomology, the cohomology of function spaces and the cohomology of configuration space (*to appear*).
- [23] FUCHS, D. Non-trivialité des classes caractéristiques de  $g$ -structures. Applications aux classes caractéristiques de feuilletages. *C. R. Acad. Sc. Paris, Série A, 2.4* (1977), pp. 1017-1019 et 1105-1108.

(Reçu le 2 décembre 1977)

A. Haefliger

Université de Genève  
Section de Mathématiques  
2-4, rue du Lièvre  
Case postale 124  
CH-1211 Genève 24