

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 23 (1977)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** STABILITY OF PROJECTIVE VARIETIES  
**Autor:** Mumford, David  
**Kurzfassung:** Contents  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-48919>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# STABILITY OF PROJECTIVE VARIETIES <sup>1)</sup>

by David MUMFORD

## CONTENTS

Introduction . . . . .	39
§ 1. Stable points of representations, examples and Chow forms . . . . .	41
§ 2. A criterion for $X^r \subset \mathbf{P}^n$ to be stable . . . . .	54
§ 3. Effect of Singular Points on Stability . . . . .	68
§ 4. Asymptotic stability of Canonically polarized curves . . . . .	82
§ 5. The Moduli Space of Stable curves . . . . .	92
Bibliography . . . . .	110

## INTRODUCTION

The most direct approach to the construction of moduli spaces of algebraic varieties is via the theory of invariants: one describes the varieties by some sort of numerical projective data, canonically up to the action of some algebraic group, and then seeks to make these numbers canonical by applying invariant polynomials to the data, or equivalently by forming a quotient of the data by the group action. The main difficulty in this approach is to prove that “enough invariants exist”: their values on the projective data must distinguish non-isomorphic varieties.

Take as an example the moduli space  $\mathcal{M}_g$  of curves of genus  $g \geq 2$  over some algebraically closed field  $k$ . Given  $C$ , such a curve, we obtain by choosing a basis  $B$  of  $\Gamma(C, (\Omega_c^1)^{\otimes l})$ , an embedding  $\Phi: C \rightarrow \mathbf{P}^{(2l-1)(g-1)-1}$

---

<sup>1)</sup> Lectures given at the “Institut des Hautes Etudes Scientifiques”, Bures-sur-Yvette (France), March-April 1976, under the sponsorship of the International Mathematical Union. Notes by Ian Morrison.