

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 23 (1977)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** LA  $(2p+1)$ -ÈME DÉVIATION D'UN ANNEAU LOCAL  
**Autor:** André, Michel

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-48929>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Il faut alors considérer  $hn$ , la  $p$ -ème puissance divisée de  $gn$ , qui est l'élément suivant de  $\tilde{Fn} \otimes_{Kn} Mn$ , avec le degré  $2p$ ,

$$\sum y_{i_1 i_2 \dots i_{2p-1} i_{2p}} dx_{i_1} \wedge dx_{i_2} \wedge \dots \wedge dx_{i_{2p-1}} \wedge dx_{i_{2p}}$$

avec la condition  $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_{2p-1} < i_{2p} \leq n$  et avec la définition classique

$$y_{i_1 i_2 \dots i_{2p-1} i_{2p}} = \sum \text{sign } \sigma y_{\sigma_1 \sigma_2} \dots y_{\sigma_{2p-1} \sigma_{2p}}$$

où la permutation  $\sigma$  des  $2p$  éléments  $i_j$  est soumise aux restrictions suivantes

$$\sigma_1 < \sigma_3 < \dots < \sigma_{2p-1}, \quad \sigma_1 < \sigma_2, \dots, \sigma_{2p-1} < \sigma_{2p}.$$

Mais alors l'élément  $\pi n (tn)$  est nul si et seulement s'il existe une famille d'éléments  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  dans  $\tilde{Fn}$  avec les propriétés simples suivantes. En premier lieu, les éléments  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  sont tous de degrés strictement positifs. En deuxième lieu, les bords  $d\alpha_j$  et  $d\beta_j$  sont tous des éléments de  $\tilde{Fn} \otimes_{Kn} Mn$ . En troisième lieu, l'élément  $hn$  est égal à la somme des bords  $d(\alpha_j, \beta_j)$ .

Lorsque l'idéal  $M$  est engendré par  $2p-1$  éléments, on peut utiliser  $Kn$  avec  $n$  égal à  $2p-1$ . Mais alors  $hn$  est nul de manière élémentaire. Par conséquent  $\pi$  est nul et on obtient un isomorphisme  $\eta_{2p+1}$  de manière naturelle.

Lorsque l'idéal  $M$  a sa  $p$ -ème puissance nulle, on peut remplacer  $Kn$  par le quotient  $Kn/(Mn)^p$ . Mais alors  $hn$  modifié est nul de manière élémentaire. Par conséquent  $\pi$  est nul et on obtient un isomorphisme  $\eta_{2p+1}$  de manière naturelle.

La plus petite algèbre  $Kn$  qui risque d'être intéressante est donc celle avec  $p$  égal à 2 et  $n$  égal à 4. Un long calcul démontre en fait que l'élément  $\pi n (tn)$  n'est pas nul. Par conséquent, il existe un anneau local de caractéristique 2, dont l'idéal maximal a 10 générateurs et pour lequel l'épimorphisme  $\eta_5$  n'est pas un isomorphisme, autrement dit pour lequel  $\varepsilon_5$  est strictement supérieur à  $\delta_5$ . A vrai dire, il existe des anneaux beaucoup plus petits avec cette inégalité, par exemple certains anneaux finis dont les idéaux maximaux ont exactement 4 générateurs.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ANDRÉ, M. Hopf algebras with divided powers. *J. Algebra* 18 (1971), 19-50.
- [2] ——— *Homologie des algèbres commutatives*. Springer, 1974.
- [3] CARTAN, H. *Séminaire 1954/1955*. Benjamin, 1967.

- [4] DOLD, A. et R. THOM. Quasifaserungen und unendliche symmetrische Produkte. *Annals Math.* 67 (1958), 239-280.
- [5] NICOLLERAT, M.-A. Homologie des produits symétriques. *A paraître.*
- [6] QUILLEN, D. On the homology of commutative rings. *Proc. Sym. Pure Math.* 17 (1970), 65-87.

( Reçu le 6 mai 1977 )

Michel André

Département de Mathématiques  
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne  
61, Avenue de Cour  
1007 Lausanne