

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 22 (1976)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ON THE VALUES AT NEGATIVE INTEGERS OF THE ZETA-FUNCTION OF A REAL QUADRATIC FIELD

**Autor:** Zagier, Don

### **Bibliographie**

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-48176>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 05.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

especially the last, in which he studies an arithmetic function  $H(r, N)$  which is related to our function by

$$H(2m, n) = \frac{2\zeta(1-4m)}{\zeta(1-2m)} \bar{e}_{2m-1}(n).$$

However, despite these new approaches to Siegel's formula, I have retained Section 4 because the calculations of the Gauss sums  $\gamma_c(n)$  and of the Dirichlet series  $\sum \gamma_c(n) c^{-s}$  (Theorems 2 and 3 of §4) are often useful to have (for example, the calculation of the Fourier coefficients of the Eisenstein series of weight  $2m + \frac{1}{2}$ , of which is not carried out in detail in Shimura's paper, depends on them) and also because the application of the circle method in the context of forms of half-integral weight seemed novel.

#### REFERENCES

- [1] HARDY, G. H. On the representation of a number as the sum of any number of squares, and in particular of five or seven. *Proc. Nat. Acad. Sci.* 4 (1918), pp. 189-193, (*Collected Papers of G. H. Hardy*, Vol. I, p. 340, Clarendon Press, Oxford 1966).
- [2] — On the representation of a number as the sum of any number of squares, and in particular of five. *Trans. AMS* 21 (1920), pp. 255-284 (*Collected Papers*, Vol. I, p. 345).
- [3] HECKE, E. Analytische Funktionen und algebraische Zahlen, Zweiter Teil. *Abh. Math. Sem. Hamb. Univ.* 3 (1924), pp. 213-236 (No. 20 of *Mathematische Werke*, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen 1959).
- [4] IWASAWA, K. *Lectures on p-adic L-functions* Annals of Math. Studies No. 74, Princeton University Press, Princeton 1972.
- [5] KLINGEN, H. Über die Werte der Dedekindschen Zetafunktion. *Math. Annalen* 145 (1962), pp. 265-272.
- [6] SERRE, J. P. Cohomologie des groupes discrets. *Prospects in Mathematics*, Annals of Math. Studies No. 70, Princeton University Press 1971, pp. 77-170.
- [7] — Congruences et formes modulaires. *Séminaire Bourbaki*, vol. 1971/1972, Lecture Notes in Mathematics No. 317, Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1973, exposé 416, p. 319.
- [8] SIEGEL, C. L. Bernoullische Polynome und quadratische Zahlkörper. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse* 2 (1968), pp. 7-38.
- [9] — Berechnung von Zetafunktionen an ganzzahligen Stellen. *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse* 10 (1969), pp. 87-102.

Don Zagier

Mathematisches Institut  
 Universität Bonn  
 Wegelerstrasse 10  
 D-5300 Bonn

(Reçu en avril 1973, version  
 révisée reçue le 21 juillet 1975)

**Vide-leer-empty**