(d) Si $l = 3$ (resp. 5, 7, 11), la forme $j - \left(\frac{-1}{l}\right) j_\varepsilon$ est nulle (resp. de filtration 0, 12, 40).

(e) Déduire de (b) et (c) les congruences suivantes (dues à Kolberg [7]):

$$c(n) \equiv 0 \pmod 5 \qquad \text{si} \quad \left(\frac{n}{5}\right) = -1$$

$$c(n) \equiv 2n\,\sigma_3(n) \pmod 7 \qquad \text{si} \quad \left(\frac{n}{7}\right) = 1$$

$$c(n) \equiv 9n^2\,\sigma_5(n) - 3n^3\,\sigma_3(n) \pmod{11} \qquad \text{si} \quad \left(\frac{n}{11}\right) = 1$$

$$c(n) \equiv 8\,\tau(n) - 3n^3\,\sigma_5(n) - 2n^4\,\sigma_3(n) \pmod{13} \quad \text{si} \quad \left(\frac{n}{13}\right) = -1\,.$$

(6.17) Soient l un nombre premier $\geqslant 7$, et r un entier > 0. Montrer que, pour tout entier a, il existe une infinité d'entiers n tels que $c(n) \equiv a \pmod{l^r}$ et $\left(\frac{n}{l}\right) = -\left(\frac{-1}{l}\right)$. (Utiliser les exercices (6.16) et (6.5).)

BIBLIOGRAPHIE

[1] Artin, E. Zur Theorie der L-Reihen mit allgemeinen Gruppencharakteren. *Abh. math. Semin. Univ. Hamburg, 8* (1930), pp. 292-306 [*Collected Papers*, pp. 165-179].

[2] Delange, H. Généralisation du théorème de Ikehara. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 3, 71* (1954), pp. 213-242 [Math. Rev., t. 16, 921e].

[3] —— Sur la distribution des entiers ayant certaines propriétés. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 3, 73* (1956), pp. 15-74 [Math. Rev., t. 18, 720a].

[4] Deligne, P. Formes modulaires et représentations l-adiques. *Séminaire Bourbaki*, 1968/69, exposé 355, pp. 139-172. — Berlin, Springer-Verlag, 1971 (Lecture Notes in Mathematics, 179).

[5] —— et Serre, J.-P. Formes modulaires de poids 1. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 4, 7* (1974), pp. 507-530.

[6] Hardy, G. H. *Ramanujan*. Cambridge, Cambridge University Press, 1940; New York, Chelsea publishing Company, 1959 [Math. Rev., t. 3, 71d].

[7] Kolberg O. Congruences for the coefficients of the modular invariant $j(\tau)$. *Math. Scand. 10* (1962), pp. 173-181 [Math. Rev., t. 26, 1287].

[8] Landau, E. Über die Einteilung der positiven ganzen Zahlen in vier Klassen nach der Mindestzahl der zu ihrer additiven Zusammensetzung erforderlichen Quadrate. *Arch. der Math. und Phys., (3) 13* (1908), pp. 305-312.

[9] Lang, S. and Trotter, H. Frobenius Distributions in $\mathbf{GL}_2$-Extensions. Lecture Notes in Mathematics 504, Berlin, Springer-Verlag, 1976.

[10] NARKIEWICZ, W. *Elementary and analytic theory of algebraic numbers.* Warszawa, PWN-Polish scientific Publishers, 1974 (Polska Akademia Nauk. Monografie Matematyczne, 57).

[11] ODONI, R. W. K. The Farey density of norm subgroups of global fields (I). *Mathematika*, London, *20* (1973), pp. 155-169.

[12] —— On the norms of algebraic integers. *Mathematika*, London, *22* (1975), pp. 71-80.

[13] PARKIN, T. R. and SHANKS, D. On the distribution of parity in the partition function. *Math. Comp. 21* (1967), pp. 466-480 [Math. Rev., t. 37, 2711].

[14] RAIKOV, D. A. Généralisation du théorème d'Ikehara-Landau [en russe]. *Mat. Sbornik 45* (1938), pp. 559-568.

[15] —— Sur la distribution des entiers dont les facteurs premiers appartiennent à une progression arithmétique donnée [en russe]. *Mat. Sbornik 46* (1938), pp. 563-570.

[16] RANKIN, R. A. The divisibility of divisor functions. *Proc. Glasgow math. Assoc. 5* (1961), pp. 35-40 [Math. Rev., t. 26, 2407].

[17] SCOURFIELD, E. J. On the divisibility of $\sigma_\nu(n)$. *Acta Arithm. 10* (1964), pp. 245-285 [Math. Rev., t. 30, 3074].

[18] —— Non-divisibility of some multiplicative functions. *Acta Arithm. 22* (1973), pp. 287-314 [Math. Rev., t. 47, 4954].

[19] SERRE, J.-P. Une interprétation des congruences relatives à la fonction τ de Ramanujan. *Séminaire Delange-Pisot-Poitou: Théorie des nombres*, 9^e année, 1967/68, exposé 14: 17 p.

[20] —— *Abelian l-adic representations and elliptic curves.* New York, Benjamin, 1968.

[21] —— Formes modulaires et fonctions zêta p-adiques. *Modular functions of one variable, III*, pp. 191-268. Berlin, Springer-Verlag, 1973 (Lecture Notes in Mathematics, 350).

[22] —— Valeurs propres des opérateurs de Hecke *modulo l. Astérisque 24-25* (1975), pp. 109-117.

[23] —— Divisibilité des coefficients des formes modulaires, *C. R. Acad. Sc. Paris 279* (1974), Série A, pp. 679-682.

[24] SHANKS, D. The second-order term in the asymptotic expansion of $B(x)$. *Math. Comp. 18* (1964), pp. 75-86 [Math. Rev., t. 28, 2391].

[25] SHIMURA, G. *Introduction to the arithmetic theory of automorphic functions.* Publ. Math. Soc. Japan, 11, Princeton Univ. Press, 1971.

[26] STANLEY, G. K. Two assertions made by Ramanujan, *J. London math. Soc. 3* (1928), pp. 232-237 (Corr. *ibid.*, *4* (1929), p. 32).

[27] SWINNERTON-DYER, H. P. F. On *l*-adic representations and congruences for coefficients of modular forms. *Modular functions of one variable, III*, pp. 1-55. Berlin, Springer-Verlag, 1973 (Lecture Notes in Mathematics, 350).

[28] WATSON, G. N. Über Ramanujansche Kongruenzeigenschaften der Zerfällungsanzahlen (I). *Math. Z. 39* (1935), pp. 712-731.

[29] WINTNER, A. On the prime number theorem. *Amer. J. Math. 64* (1942), pp. 320-326 [Math. Rev., t. 3, 271a].

Jean-Pierre Serre

Collège de France
Paris.

(Reçu le 21 mai 1976)