

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 22 (1976)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DIVISIBILITÉ DE CERTAINES FONCTIONS ARITHMÉTIQUES
Autor: Serre, Jean-Pierre

Bibliographie

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-48187>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

(d) Si $l = 3$ (resp. 5, 7, 11), la forme $j - \left(\frac{-1}{l}\right)j_\varepsilon$ est nulle (resp. de filtration 0, 12, 40).

(e) Dédurre de (b) et (c) les congruences suivantes (dues à Kolberg [7]):

$$c(n) \equiv 0 \pmod{5} \quad \text{si} \quad \left(\frac{n}{5}\right) = -1$$

$$c(n) \equiv 2n \sigma_3(n) \pmod{7} \quad \text{si} \quad \left(\frac{n}{7}\right) = 1$$

$$c(n) \equiv 9n^2 \sigma_5(n) - 3n^3 \sigma_3(n) \pmod{11} \quad \text{si} \quad \left(\frac{n}{11}\right) = 1$$

$$c(n) \equiv 8\tau(n) - 3n^3 \sigma_5(n) - 2n^4 \sigma_3(n) \pmod{13} \quad \text{si} \quad \left(\frac{n}{13}\right) = -1.$$

(6.17) Soient l un nombre premier ≥ 7 , et r un entier > 0 . Montrer que, pour tout entier a , il existe une infinité d'entiers n tels que $c(n) \equiv a \pmod{l^r}$ et $\left(\frac{n}{l}\right) = -\left(\frac{-1}{l}\right)$. (Utiliser les exercices (6.16) et (6.5).)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ARTIN, E. Zur Theorie der L-Reihen mit allgemeinen Gruppencharakteren. *Abh. math. Semin. Univ. Hamburg*, 8 (1930), pp. 292-306 [*Collected Papers*, pp. 165-179].
- [2] DELANGE, H. Généralisation du théorème de Ikehara. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 3*, 71 (1954), pp. 213-242 [*Math. Rev.*, t. 16, 921e].
- [3] — Sur la distribution des entiers ayant certaines propriétés. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 3*, 73 (1956), pp. 15-74 [*Math. Rev.*, t. 18, 720a].
- [4] DELIGNE, P. Formes modulaires et représentations l -adiques. *Séminaire Bourbaki*, 1968/69, exposé 355, pp. 139-172. — Berlin, Springer-Verlag, 1971 (Lecture Notes in Mathematics, 179).
- [5] — et SERRE, J.-P. Formes modulaires de poids 1. *Ann. scient. Ec. Norm. Sup., Série 4*, 7 (1974), pp. 507-530.
- [6] HARDY, G. H. *Ramanujan*. Cambridge, Cambridge University Press, 1940; New York, Chelsea publishing Company, 1959 [*Math. Rev.*, t. 3, 71d].
- [7] KOLBERG O. Congruences for the coefficients of the modular invariant $j(\tau)$. *Math. Scand.* 10 (1962), pp. 173-181 [*Math. Rev.*, t. 26, 1287].
- [8] LANDAU, E. Über die Einteilung der positiven ganzen Zahlen in vier Klassen nach der Mindestzahl der zu ihrer additiven Zusammensetzung erforderlichen Quadrate. *Arch. der Math. und Phys.*, (3) 13 (1908), pp. 305-312.
- [9] LANG, S. and TROTTER, H. Frobenius Distributions in GL_2 -Extensions. Lecture Notes in Mathematics 504, Berlin, Springer-Verlag, 1976.

- [10] NARKIEWICZ, W. *Elementary and analytic theory of algebraic numbers*. Warszawa, PWN-Polish scientific Publishers, 1974 (Polska Akademia Nauk. Monografie Matematyczne, 57).
- [11] ODONI, R. W. K. The Farey density of norm subgroups of global fields (I). *Mathematika*, London, 20 (1973), pp. 155-169.
- [12] — On the norms of algebraic integers. *Mathematika*, London, 22 (1975), pp. 71-80.
- [13] PARKIN, T. R. and SHANKS, D. On the distribution of parity in the partition function. *Math. Comp.* 21 (1967), pp. 466-480 [Math. Rev., t. 37, 2711].
- [14] RAIKOV, D. A. Généralisation du théorème d'Ikehara-Landau [en russe]. *Mat. Sbornik* 45 (1938), pp. 559-568.
- [15] — Sur la distribution des entiers dont les facteurs premiers appartiennent à une progression arithmétique donnée [en russe]. *Mat. Sbornik* 46 (1938), pp. 563-570.
- [16] RANKIN, R. A. The divisibility of divisor functions. *Proc. Glasgow math. Assoc.* 5 (1961), pp. 35-40 [Math. Rev., t. 26, 2407].
- [17] SCOURFIELD, E. J. On the divisibility of $\sigma_v(n)$. *Acta Arithm.* 10 (1964), pp. 245-285 [Math. Rev., t. 30, 3074].
- [18] — Non-divisibility of some multiplicative functions. *Acta Arithm.* 22 (1973), pp. 287-314 [Math. Rev., t. 47, 4954].
- [19] SERRE, J.-P. Une interprétation des congruences relatives à la fonction τ de Ramanujan. *Séminaire Delange-Pisot-Poitou: Théorie des nombres*, 9^e année, 1967/68, exposé 14: 17 p.
- [20] — *Abelian l -adic representations and elliptic curves*. New York, Benjamin, 1968.
- [21] — Formes modulaires et fonctions zêta p -adiques. *Modular functions of one variable, III*, pp. 191-268. Berlin, Springer-Verlag, 1973 (Lecture Notes in Mathematics, 350).
- [22] — Valeurs propres des opérateurs de Hecke modulo l . *Astérisque* 24-25 (1975), pp. 109-117.
- [23] — Divisibilité des coefficients des formes modulaires, *C. R. Acad. Sc. Paris* 279 (1974), Série A, pp. 679-682.
- [24] SHANKS, D. The second-order term in the asymptotic expansion of $B(x)$. *Math. Comp.* 18 (1964), pp. 75-86 [Math. Rev., t. 28, 2391].
- [25] SHIMURA, G. *Introduction to the arithmetic theory of automorphic functions*. Publ. Math. Soc. Japan, 11, Princeton Univ. Press, 1971.
- [26] STANLEY, G. K. Two assertions made by Ramanujan, *J. London math. Soc.* 3 (1928), pp. 232-237 (Corr. *ibid.*, 4 (1929), p. 32).
- [27] SWINNERTON-DYER, H. P. F. On l -adic representations and congruences for coefficients of modular forms. *Modular functions of one variable, III*, pp. 1-55. Berlin, Springer-Verlag, 1973 (Lecture Notes in Mathematics, 350).
- [28] WATSON, G. N. Über Ramanujansche Kongruenzeigenschaften der Zerfallungsanzahlen (I). *Math. Z.* 39 (1935), pp. 712-731.
- [29] WINTNER, A. On the prime number theorem. *Amer. J. Math.* 64 (1942), pp. 320-326 [Math. Rev., t. 3, 271a].

Jean-Pierre Serre
 Collège de France
 Paris.

(Reçu le 21 mai 1976)