

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES POINTS SINGULIERS DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES  
**Autor:** Malgrange, Bernard  
**Kapitel:** Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46900>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SUR LES POINTS SINGULIERS DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

par Bernard MALGRANGE

## INTRODUCTION

Le présent article reprend, à quelques modifications près, une série d'exposés faits au séminaire Goulaouic-Schwartz en mars 1972. Le début est consacré à l'étude de l'indice analytique et de l'indice formel d'un opérateur différentiel, et à leur comparaison; les résultats sont très élémentaires, et il est d'autant plus surprenant que, à la connaissance de l'auteur, ils ne figurent pas dans la littérature classique consacrée aux équations différentielles. Signalons à ce propos que le théorème de l'indice analytique a été démontré indépendamment par H. Komatsu [1]. La fin de l'article a davantage un caractère d'exposition: il s'agit, au fond de reprendre les résultats sur les développements asymptotiques de Turritin, tels qu'ils sont exposés dans Wasow [1], en utilisant l'importante simplification apportée par N. Katz [1] dans ce genre de questions. Pour rendre l'exposé plus « original », nous avons préféré travailler avec les germes de fonctions  $C^\infty$ , plutôt qu'avec les développements asymptotiques de fonctions holomorphes dans des angles assez petits, comme le font Turritin et Wasow à la suite d'autres auteurs. La transposition de la méthode suivie ici à ce dernier cas se fait sans difficulté, et nous nous contenterons de l'esquisser à la fin du paragraphe 10.

### § 1. — COMPARAISON SÉRIES FORMELLES — SÉRIES CONVERGENTES (cf. Malgrange [1])

On pose  $\mathcal{O} = \mathbf{C}\{x\}$ , les séries convergentes d'une variable = les germes de fonction holomorphe en  $0 \in \mathbf{C}$ ;  $\hat{\mathcal{O}} = \mathbf{C}[[x]]$  les séries formelles à une variable; enfin  $K$  et  $\hat{K}$  désignent respectivement le corps des fractions de  $\mathcal{O}$  et celui de  $\hat{\mathcal{O}}$  (en particulier,  $K$  est le corps des germes en 0 de fonctions