

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** DES ADÈLES: POURQUOI?

**Autor:** Robert, Alain

### Bibliographie

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46899>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

fonction se prolonge en fonction méromorphe ayant deux pôles simples en  $s = 0$  et  $s = n$ . Mais le calcul local de la fonction zêta d'une algèbre de matrices peut être effectué complètement en utilisant le théorème des diviseurs élémentaires et conduit à

$$Z_{M(n, \mathbf{Q})}(s) = Z(s)Z(s-1) \cdots Z(s-(n-1)) \quad (Z = Z_{\mathbf{Q}}),$$

et montre donc que  $Z_{M(n, \mathbf{Q})}$  possède des pôles simples en  $s = 0$  et  $s = n$  et des pôles doubles en  $s = 1, 2, \dots, n-1$ . Cette fonction zêta ne peut donc être égale à la fonction zêta d'une algèbre à division que si  $n = 1$ , et cela prouve que  $M = \mathbf{Q}$  est triviale. C'est cette méthode que A. Weil a choisie dans [8] pour montrer que l'homomorphisme canonique de localisation  $B_r(\mathbf{Q}) \rightarrow \prod_{\bar{P}} B_r(\mathbf{Q}_p)$  est injectif.

\* \* \*

En conclusion, les adèles fournissent un langage pour traiter de problèmes d'arithmétique à l'aide d'analyse (entendue au sens d'analyse harmonique dans les groupes abéliens localement compacts par exemple). Les intégrales adéliques globales permettent parfois une comparaison profonde entre propriétés locales et globales d'objets algébriques, et dans ce sens, on peut comparer leur utilisation à celle de la cohomologie des faisceaux sur les variétés analytiques. Mais ce langage, même s'il permet une bonne formulation des problèmes, ne permet pas toujours de les résoudre. Il arrive au contraire qu'une généralisation suggérée par son utilisation défie — et de loin — toutes les méthodes connues et initie un vaste champ de conjectures ... D'autre part, il est probable que l'utilisation des adèles va continuer à se répandre et à influencer d'autres domaines mathématiques, comme elle l'a fait récemment en topologie algébrique.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOURBAKI, N. *Algèbre Commutative, Chap. 7, Note Historique*. Paris, Hermann (1965), Act. Sc. et Ind. 1314.
- [2] CASSELS, J. W. L. and A. FRÖLICH. *Algebraic Number Theory*. Washington D.C., Thompson Book Company Inc. (1967).
- [3] DWORK, B. On the Rationality of the Zeta Function of an Algebraic Variety. *Amer. J. of Math.*, 82 (1960), pp. 630-648.

- [4] JACQUET, H. and R. P. LANGLANDS. *Automorphic Forms on  $GL_2$* . Berlin, Springer-Verlag (1970). Lecture Notes in Maths. 114.
- [5] SERRE, J.-P. *Cours d'Arithmétique*. Paris, P.U.F. (1970), Collection Sup « Le Mathématicien ».
- [6] TAMAGAWA, T. Adèles. in *Proc. of Symp. in Pure Mathematics, vol. IX*, Amer. Math. Soc., Providence R. I. (1966), pp. 113-121.
- [7] WEIL, A. *Adeles and Algebraic Groups*. The Institute for Advanced Study, Princeton N.J. (1961).
- [8] ——. *Basic Number Theory*. Berlin, Springer-Verlag (1967), Die Grundlehren..., Bd. 144.

(Reçu le 5 juin 1973)

Alain Robert  
Institut de Mathématiques  
Chantemerle 20  
CH-2000 Neuchâtel 7

vide-leer-empty