Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1974)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DES ADÈLES: POURQUOI?
Autor: Robert, Alain
Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-46899

fonction se prolonge en fonction méromorphe ayant deux pôles simples en $s = 0$ et $s = n$. Mais le calcul local de la fonction zêta d'une algèbre de matrices peut être effectué complètement en utilisant le théorème des diviseurs élémentaires et conduit à

$$Z_{M(n,\mathbf{Q})}(s) = Z(s) Z(s-1) \cdot \ldots \cdot Z(s-(n-1)) \qquad (Z = Z_{\mathbf{Q}}),$$

et montre donc que $Z_{M(n,\mathbf{Q})}$ possède des pôles simples en $s = 0$ et $s = n$ *et des pôles doubles en* $s = 1, 2, \ldots, n-1$. Cette fonction zêta ne peut donc être égale à la fonction zêta d'une algèbre à division que si $n = 1$, et cela prouve que $M = \mathbf{Q}$ est triviale. C'est cette méthode que A. Weil a choisie dans [8] pour montrer que l'homomorphisme canonique de localisation $Br(\mathbf{Q}) \to \prod_{p} Br(\mathbf{Q}_p)$ est injectif.

* * *

En conclusion, les adèles fournissent un langage pour traiter de problèmes d'arithmétique à l'aide d'analyse (entendue au sens d'analyse harmonique dans les groupes abéliens localement compacts par exemple). Les intégrales adéliques globales permettent parfois une comparaison profonde entre propriétés locales et globales d'objets algébriques, et dans ce sens, on peut comparer leur utilisation à celle de la cohomologie des faisceaux sur les variétés analytiques. Mais ce langage, même s'il permet une bonne formulation des problèmes, ne permet pas toujours de les résoudre. Il arrive au contraire qu'une généralisation suggérée par son utilisation défie — et de loin — toutes les méthodes connues et initie un vaste champ de conjectures ... D'autre part, il est probable que l'utilisation des adèles va continuer à se répandre et à influencer d'autres domaines mathématiques, comme elle l'a fait récemment en topologie algébrique.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Bourbaki, N. *Algèbre Commutative, Chap. 7, Note Historique.* Paris, Hermann (1965), Act. Sc. et Ind. 1314.

[2] Cassels, J. W. L. and A. Frölich. *Algebraic Number Theory.* Washington D.C., Thompson Book Company Inc. (1967).

[3] Dwork, B. On the Rationality of the Zeta Function of an Algebraic Variety. *Amer. J. of Math., 82* (1960), pp. 630-648.

[4] JACQUET, H. and R. P. LANGLANDS. *Automorphic Forms on GL_2*. Berlin, Springer-Verlag (1970). Lecture Notes in Maths. 114.

[5] SERRE, J.-P. *Cours d'Arithmétique.* Paris, P.U.F. (1970), Collection Sup « Le Mathématicien ».

[6] TAMAGAWA, T. Adèles. *in Proc. of Symp. in Pure Mathematics, vol. IX*, Amer. Math. Soc., Providence R. I. (1966), pp. 113-121.

[7] WEIL, A. *Adeles and Algebraic Groups.* The Institute for Advanced Study, Princeton N.J. (1961).

[8] ——. *Basic Number Theory.* Berlin, Springer-Verlag (1967), Die Grundlehren..., Bd. 144.

(Reçu le 5 juin 1973)

Alain Robert
Institut de Mathématiques
Chantemerle 20
CH-2000 Neuchâtel 7

vide-leer-empty