Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

**Band:** 20 (1974)

**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: PETITE ENFANCE DE LA TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE

Autor: Pont, Jean-Claude

Kapitel: §8. Jordan

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-46897

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF: 27.11.2025** 

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

rales » dans le cadre de sa classification de 1863. On le regrettera d'autant que notre auteur avait conscience de ce problème, comme l'atteste le texte écrit à l'intention du Grand-Prix. Nous l'avons vu plus haut, Listing a publié des considérations sur le ruban de Möbius en 1861 déjà. Il a donc la priorité de droit sur cette découverte. En fait, les archives de Möbius et de Listing établissent que c'est en juillet 1858 chez le premier, en septembre de la même année chez le second que cette surface apparaît. Cette concordance dans les dates mérite réflexion. En examinant de près cette question, j'ai acquis la conviction que le père du fameux ruban est en réalité l'inévitable Gauss 1. En tout état de cause, le nom par lequel on a coutume d'appeler cette surface est justifié. Pour Listing c'était uniquement une forme secondaire, faisant exception à celles qu'il étudiait, et juxtaposée mais non intégrée à son étude. Pour Möbius, au contraire, le ruban est un élément qui se présente naturellement et nécessairement. Möbius a défini l'homéomorphisme, pris en considération et résolu pour la première fois le problème de la classification des lignes et des surfaces orientables, ouvertes ou fermées, déterminé un invariant topologique: leur ordre de connexion, et ceci par voie originale, montré l'existence d'une relation entre ce nombre et la caractéristique d'Euler, abordé le problème de l'homéomorphisme entre corps de l'espace, introduit rigoureusement, et de l'intérieur, les surfaces « unilatérales ». Si Euler, Listing, Riemann et autres ont donné des béquilles à la topologie, Möbius lui a donné des ailes. Néanmoins, l'influence de son œuvre sur le développement de la topologie ne fut pas aussi importante que ce que l'on aurait été en droit d'attendre, ni la notoriété de Möbius ce qu'elle aurait dû être. Il est quasi certain que si l'Académie lui avait décerné le prix, amplement mérité par l'extraordinaire originalité du mémoire, ses résultats auraient eu une diffusion large et rapide; tandis que les quelques pages, d'une lecture relativement difficile, traitant d'un sujet ne paraissant se rattacher à rien, et qui plus est, parues dans un périodique d'ordre secondaire, n'eurent guère d'audience.

## § 8. JORDAN

Le premier des deux importants problèmes topologiques que Camille Jordan aborde au cours de l'année 1866 s'inspire d'une question traitée par Gauss en 1827: « Un des problèmes les plus connus de la géométrie est le suivant: Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Voir opusc. cité, p. 109-110.

que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et inextensibles puissent être appliquées l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature. On peut se proposer un problème analogue, en supposant au contraire, que les surfaces considérées soient extensibles à volonté. La question ainsi simplifiée rentre dans la géométrie de situation, et nous allons la résoudre en démontrant le théorème suivant:

Théorème. Pour que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et extensibles à volonté soient applicables l'une sur l'autre sans déchirure ni duplicature, il faut et il suffit:

- 1. Que le nombre des contours séparés qui limitent respectivement ces deux portions de surfaces soient le même. (Si les surfaces considérées sont fermées, ce nombre est nul).
- 2. Que le nombre maximum des contours fermés ne se traversant ni eux-mêmes ni mutuellement nulle part, que l'on peut tracer sur chacune des deux surfaces sans la partager en deux régions séparées, soit le même de part et d'autre.»

Le second travail de Jordan est lui complètement neuf: « Deux contours fermés quelconques, tracés sur une surface donnée, seront dits réductibles l'un à l'autre, si l'on peut passer de l'un à l'autre par une déformation progressive.

« Deux contours quelconques tracés sur un plan sont toujours réductibles l'un à l'autre; mais il n'en est pas de même sur toute surface: ainsi, par exemple, il est clair que dans un tore un méridien et un parallèle forment deux contours irréductibles.

» Nous nous proposons ici de déterminer dans quels cas deux contours, tracés sur une surface donnée, sont réductibles l'un à l'autre.»

Jordan est ainsi le père de la notion d'homotopie. Une étude détaillée de son texte fait voir qu'il est passé tout près de l'idée de groupe fondamental, en quoi Poincaré reconnaîtra un outil d'une grande efficacité pour la topologie.

# § 9. Felix Klein et le Programme d'Erlangen

En 1872, Felix Klein âgé de 25 ans, présente un travail dont l'intérêt pour l'histoire des mathématiques, et en particulier pour l'histoire de la topologie, est considérable. La genèse de ce texte — qu'on appelle le Pro-