

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** PETITE ENFANCE DE LA TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE  
**Autor:** Pont, Jean-Claude  
**Kapitel:** §5. — Riemann  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46897>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

la topologie. Il attribue, à chaque constituant, un nombre, son ordre de cyclodicité, à qui il reconnaît la nature d'un invariant topologique. C'est là une nouveauté de taille. On doit toutefois préciser que Listing est passé à côté du problème fondamental de la topologie des surfaces. En outre, bien qu'il ait le premier mentionné dans ses écrits cette surface que l'on appelle le ruban de Möbius, il n'a pas conçu, même en principe, une théorie topologique des surfaces non orientables.

### § 5. — RIEMANN

A. 1851 marque un tournant dans notre histoire. C'est au cours de cette année que Riemann, âgé de 25 ans, écrit ses *Principes fondamentaux pour une théorie générale des fonctions d'une grandeur variable complexe* (Dissertation inaugurale); à cette occasion, Riemann est conduit à utiliser des notions qui ressortissent, à l'*analysis situs*. Cet événement est doublement important. D'abord, parce que, dès maintenant la topologie cesse d'être un simple jeu de l'esprit pour devenir un auxiliaire précieux dans cette théorie des fonctions, à laquelle le XIX<sup>e</sup> siècle finissant consacrera le meilleur de ses forces. Ensuite, parce que dorénavant les problèmes topologiques vont être attaqués sur deux fronts; celui de la géométrie et celui de l'analyse.

Voyons pourquoi Riemann a besoin de topologie, et ce que la topologie lui doit.

1. Etudiant l'expression  $\int_c f(z) dz$ , où  $f$  est une fonction holomorphe sur un domaine et  $c$  une courbe fermée, il montre qu'elle est nulle, pourvu que  $c$  soit contour total d'une portion de surface. Lorsque  $c$  ne remplit pas cette condition, le théorème conserve sa valeur grâce à l'introduction d'une ligne nouvelle — la section transverse — qui joint deux points situés sur chacune des frontières. En pratique, cette situation se présente quand la fonction possède une singularité, que l'on exclut à l'aide d'une courbe fermée. Ainsi apparaît en théorie des fonctions une classification des surfaces: surfaces simplement connexes celles qui ne nécessitent aucune section transverse, doublement connexes celles qui demandent une section, etc.

2. Confronté au difficile problème posé par les fonctions multiformes, Riemann eut l'idée d'attacher à chacune d'elles une surface qu'on appelle aujourd'hui la surface de Riemann de la fonction. Aux propriétés topologiques de la surface de Riemann correspondent pour les fonctions des

propriétés intéressantes. L'étude topologique des surfaces s'impose donc, lorsqu'on aborde la question de ce point de vue. On a trouvé dans les papiers de Riemann une ébauche non datée, intitulée *Fragment sur l'analysis situs*. On y voit Riemann tenter d'étendre au cas de  $n$  dimensions, les considérations topologiques développées pour les surfaces.

### B. A la suite de Riemann, on doit encore citer:

*Carl Neumann*: il reprit les difficiles écrits de Riemann, les approfondit, les éclaira et les publia (1865) dans un ouvrage justement célèbre dans lequel toute une génération de mathématiciens s'est familiarisée avec les théories du maître de Göttingen et les idées topologiques du temps. C'est, à tout prendre, le premier manuel de topologie.

*Enrico Betti*: le mathématicien de Pise fut à l'époque le meilleur connaisseur des idées de Riemann. Depuis 1860, Riemann souffre de tuberculose, mal qui l'emporta d'ailleurs en 1866. Ses médecins lui conseillent le climat du sud. Riemann se rend en Italie où il se lie d'amitié avec Betti à qui il fait part de ses idées. Ce sont ces idées, concernant notamment des invariants topologiques pour les variétés à  $n$  dimensions que l'on appelle aujourd'hui les nombres de Betti, qui servent de base, pour ne pas dire plus, à un célèbre mémoire que Betti publie en 1871.

*Félix Klein*: suivi par plusieurs élèves, dont le plus connu est W. Dyck, Félix Klein va exploiter le filon découvert par Riemann et par contrecoup développer *l'analysis situs*.

### § 6. — MÖBIUS

Avec August Ferdinand Möbius, on revient à la géométrie. Möbius est né à Schulpforta en 1790; il étudie sous Gauss entre 1813 et 1814. Dès 1815, il enseigne à Leipzig jusqu'à sa mort en 1868. On lui doit d'importantes contributions en géométrie, en mécanique céleste et en statique.

Le fil d'Ariane des travaux topologiques de Möbius apparaît dans un livre — son œuvre principale — *Der barycentrische Calcul* publié en 1827. Ce fil d'Ariane est le concept de Verwandtschaft qu'on traduisait en ce temps par corrélation — on dit aujourd'hui transformation — que Möbius envisage d'abord dans des cas ordinaires (isométrie, similitude, affinité, colinéation); en 1855, il consacre un long mémoire à une corrélation qu'il nomme Kreisverwandtschaft, c'est-à-dire à cette corrélation qui transforme