Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 20 (1974)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: CONSTRUCTION OF GAUSS
Autor: Barnes, C. W.
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-46891

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

The members of the sequence $\{ a_n \}$ are related to the numbers $b_{n+1} = \dfrac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, which, as mentioned by Becker [2], have a variety of applications. Birkhoff [3] pointed out that b_n is an integer for every positive integer n, and noted the recurrence relation $b_n = \sum_{i=1}^{n-1} b_i b_{n-i}$; a relation which was also obtained by Wedderburn [10].

The results of this note depend on the fact that a_n is an integer, at least when $p = 4n + 1$ is a prime. Although it is known that a_n is an integer for every positive integer n, we can see that this also follows readily from [3]. For we have $2a_n = (n+1)\,b_{n+1}$. If n is even, it follows that b_{n+1} is even since $(2, n+1) = 1$. Therefore $a_n = (n+1)\dfrac{b_{n+1}}{2}$ is an integer. If n is odd then $2 \mid (n+1)$ and in this case also $a_n = \dfrac{n+1}{2}\,b_{n+1}$ is an integer. A list of values for a_n can be obtained from the second column of a table in [2], page 699, headed N_n, by multiplying the $(n+1)$st member by $\dfrac{n+1}{2}$.

REFERENCES

[1] Barnes, C. W. The Representation of Primes of the Form $4n + 1$ as the Sum of Two Squares, *L'Enseignement Mathématique*, *18* (1972), pp. 289-299.

[2] Becker, H. W. Discussion of Problem 4277, *American Mathematical Monthly*, *56* (1949), pp. 697-699.

[3] Birkhoff, Garrett. Problem 3674, *American Mathematical Monthly*, *42* (1935), pp. 518-521.

[4] Cauchy, A. *Sur les Formes quadratiques de certaines Puissances des Nombres Premiers ou du quadruple de ces Puissances*, Œuvres complètes 1re série, tome 3, pp. 390-437.

[5] Davenport, H. *The Higher Arithmetic*, Hutchinson's University Library, London, 1952.

[6] Gauss, C. F. Werke Bd. 2, S. 90-91.

[7] Jacobsthal, Ernst. Über die Darstellung der Primzahlen der Form $4n + 1$ als Summe Zweier Quadrate, *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, Band 132, (1907), pp. 238-245.

[8] Legendre, A. M. *Théorie des Nombres*. Troisième édition, Paris, 1830.

[9] Perron, Oskar. *Die Lehre von den Kettenbrüchen*. Chelsea, New York, 1951.

[10] Wedderburn, J. H. M. The Functional Equation $g(x^2) = 2\alpha x + [g(x)]^2$, *Annals of Mathematics*, *(2)*, *24*, (1922-1923), pp. 121-140.

(Reçu le 1er mai 1973)

C. W. Barnes
Department of Mathematics
University of Mississippi
Mississippi, 38677, USA

vide-leer-empty