

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** CONSTRUCTION EXPLICITE DE CERTAINES IMMERSIONS DE CODIMENSION 0 OU 1  
**Autor:** Gramain, André  
**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46915>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

dans l'hyperplan  $\{0\} \times \mathbf{R}^n$ . La construction donne alors l'immersion  $g : W \rightarrow \mathbf{R}^{n+1}$ . Elle donne en plus une homotopie régulière de  $g|_{bW}$  au plongement retourné de  $S_n$  dans  $\mathbf{R}^{n+1}$ ; ceci constitue une démonstration du fait que  $S_1 \times S_n$  est parallélisable (cf. [3]).

*Application à  $W' = S_p \times S_q$ .*

La deuxième étape de la construction s'applique en remplaçant  $S_1$  par  $S_p$ . On obtient ainsi un étalement de  $W = S_p \times S_q - \text{int}(D_{p+q})$  dans  $\mathbf{R}^{p+q}$ . Identifions  $bW$  à  $S_{p+q-1}$  avec son orientation (qui est l'opposée de celle de l'identification  $\psi$ ). Si  $p$  et  $q$  sont pairs, l'immersion  $g|_{bW}$  est de degré 3 d'après le théorème de *curvatura integra*. Sa classe est donc  $-u$  (voir [1], III.4), où  $u$  est la classe du plongement retourné. Au contraire, si  $p$  est impair, la classe de  $g|_{bW}$  est  $u$  (d'après [1], V, prop. 6 et 7). Pour  $p = 1$ , la troisième étape de la construction donne une démonstration élémentaire de ce fait. Si l'on regarde bien, on y utilise une homotopie régulière entre le plongement canonique et le plongement retourné dans  $\text{Imm}(S_o, \mathbf{R})$ . Cette troisième étape ne se généralise pas directement aux entiers impairs  $p > 1$ . Si l'on savait démontrer élémentairement que  $g|_{bW}$  a pour classe  $u$ , on aurait une démonstration élémentaire de la parallélisabilité de  $S_p \times S_q$ ,  $p$  impair ([3]). Pour cela, il suffirait de démontrer que le plongement  $c : S_{p-1} \times S_q \rightarrow \mathbf{R}^{p+q}$  comme bord de  $D_p \times S_q$  est régulièrement homotope au plongement  $c \circ s$ , où  $s : S_{p-1} \times S_q \rightarrow S_{p-1} \times S_q$  est un changement d'orientation sur le premier facteur.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] GRAMAIN, A. Sur les immersions de codimension 1 qui sont des bords. *Ann. Sc. E.N.S.*, 3 (1970), 111-184.
- [2] HIRSCH, M. Immersions of manifolds. *Trans. A.M.S.*, 93 (1959), 242-276.
- [3] KERVAIRE, M. Courbure intégrale généralisée et homotopie. *Math. Annalen*, 79 (1957), 517-558.

André Gramain

Faculté des Sciences  
F-37200 — Tours

(Reçu le 6 décembre 1973)