

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 20 (1974)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR CERTAINES APPLICATIONS GÉNÉRIQUES D'UNE VARIÉTÉ CLOSE A 3 DIMENSIONS DANS LE PLAN  
**Autor:** Burlet, Oscar / de Rham, Georges  
**Kapitel:** Remarques.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-46911>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Supposons d'abord  $c = 0$ . Alors  $g > 0$  et l'on peut trouver sur  $A$  une courbe fermée simple  $\Gamma$  non homologue à une combinaison des  $C_i$ . En posant pour toute courbe fermée  $C$  transversale à  $\Gamma$ ,  $\chi(C) = 1$  ou  $-1$  selon que le nombre des points d'intersection de  $C$  avec  $\Gamma$  est pair ou impair, on définit un caractère  $\chi$  satisfaisant à la condition  $c = 0$ . Il résulte des propriétés topologiques bien connues des surfaces que tout autre caractère  $\chi'$  satisfaisant à cette même condition peut être défini de la même manière à partir d'une autre courbe  $\Gamma'$  analogue à  $\Gamma$ , et comme  $\Gamma'$  peut être changée en  $\Gamma$  par un automorphisme de  $A$ ,  $\chi$  et  $\chi'$  sont équivalents. On peut construire le revêtement à 2 feuillets associé à  $\chi$  en prenant deux exemplaires de la surface  $A$  coupée le long de  $\Gamma$  et en les recollant de manière à former une ligne de croisement au-dessus de  $\Gamma$ .

Supposons maintenant  $c > 0$ . Soient  $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, c$ )  $c$  arcs simples deux-à-deux disjoints,  $L_i$  joignant  $C_{2i-1}$  à  $C_{2i}$  à l'intérieur de  $A$ . En posant, pour toute courbe fermée  $C$  transversale à  $L = L_1 + L_2 + \dots + L_c$ ,  $\chi(C) = 1$  ou  $-1$  selon que le nombre des points d'intersection de  $C$  avec  $L$  est pair ou impair, on définit un caractère satisfaisant aux conditions requises. C'est le seul pour lequel  $\chi(C) = 1$  pour toute courbe fermée ne coupant pas  $L$ , et si  $g = 0$  il n'y en a pas d'autre. Mais si  $g > 0$ , on voit, comme dans le cas  $c = 0$ , que tout autre caractère  $\chi'$  peut être défini à l'aide d'une courbe fermée simple  $\Gamma$  non homologue à une combinaison des  $C_i$  et ne coupant pas les  $L_i$ , en posant, pour toute courbe fermée  $C$  transversale à  $\Gamma + L$ ,  $\chi'(C) = 1$  ou  $-1$  selon que le nombre de points d'intersection de  $C$  avec  $\Gamma + L$  est pair ou impair. On peut ensuite trouver un arc  $L'_1$  ayant les mêmes extrémités que  $L_1$ , ne coupant pas les autres arcs  $L_i$ , tel que  $L'_1 - L_1$  soit homologue à  $\Gamma$ , et l'on voit que  $\chi'$  peut aussi être défini par la condition que, pour toute courbe fermée  $C$  transversale à  $L' = L'_1 + L_2 + \dots + L_c$ ,  $\chi'(C) = 1$  ou  $-1$  selon que le nombre des points d'intersection de  $C$  avec  $L'$  est pair ou impair. Comme  $L'$  peut être changé en  $L$  par un automorphisme de  $A$ ,  $\chi'$  est équivalent à  $\chi$ . Remarquons encore pour terminer que le revêtement à 2 feuillets associé à  $\chi$  peut être construit en prenant deux exemplaires de la surface  $A$  coupée le long des  $L_i$  et en les recollant de manière à former une ligne de croisement au-dessus de chacun des  $L_i$ .

#### REMARQUES.

Dans [5], F. Raymond a classé les actions de  $S^1$  sur les variétés à 3 dimensions. Il se trouve que, dans le cas des variétés orientables  $V_n$ , les classes d'applications génériques spéciales sont en bijection avec les classes

d'actions de  $S^1$  pour lesquelles il y a des points fixes et pas d'orbites singulières. Effectivement, à l'aide du théorème II, il est facile de construire une action correspondante de  $S^1$  sur  $V_r$ .

D'après les théorème V et VI seules quelques variétés très particulières admettent des applications génériques sans points singuliers du type (II) et (III) dans le plan.

Il n'en est plus de même lorsqu'on considère les applications génériques pouvant présenter des points singuliers du type (I) et (II).

En effet, des travaux de H. Levine [3], il résulte que toute variété close à trois dimensions admet une application générique dans le plan dont le pli comporte deux composantes connexes, l'une formée de points singuliers du type (I) et l'autre formée de points singuliers du type (II).

Citons pour terminer le travail de diplôme de M. Bina-Motlagh [1] où figurent de nombreux exemples d'applications génériques de  $S^3$  dans le plan.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] BINA-MOTLAGH, M. *Sur certaines applications génériques de  $S^3$  dans le plan*, travail de diplôme, Université de Lausanne (1973).
- [2] HU, S. T. *Homotopy Theory*. Academic Press (1959).
- [3] LEVINE, H. Elimination of cusps. *Topology*, Vol. 3 (1965) *supplément 1 et 2*, p. 263.
- [4] MILNOR, J. A unique decomposition theorem for 3-manifolds. *Amer. J. Math.* 84 (1942).
- [5] RAYMOND, F. Classification of the action of the circle on 3-manifolds. *Transactions of the A.M.S.* Vol. 131, No. 1 (1968), pp. 51-78.
- [6] THOM, R. Singularités d'applications différentiables. *Annales de l'Institut Fourier*, Tome VI (1955-1956), p. 45.
- [7] — Les classes caractéristiques de Pontryagin des variétés triangulées. *Symposium Internacional de Topologia Algebraica*. Mexico 1958.
- [8] WHITNEY, H. On singularities of mappings of euclidean spaces. *Ann. of Math.* 62 (1955), p. 374.

( Reçu le 20 août 1974 )

O. Burlet et G. de Rham

Institut de Mathématiques  
Université de Lausanne, Dorigny  
CH-1015 Lausanne